

Punção

Introdução

A verificação e dimensionamento a punção utiliza a formulação proposta pela ABNT NBR 6118 como base de cálculo, fazendo algumas considerações para tratamento de situações não abordadas pela norma.

Histórico

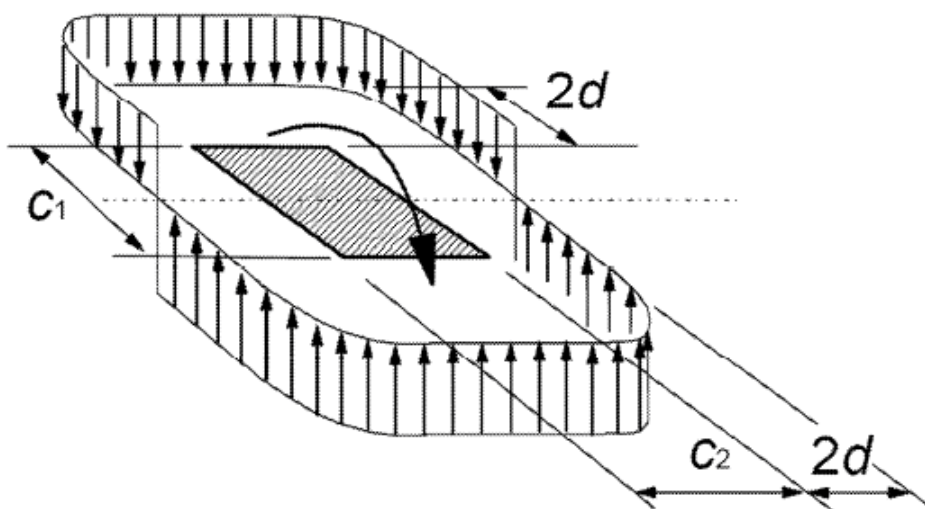
Anteriormente, a verificação tomava os valores obtidos das barras do modelo de grelha para o cálculo das ações em cada perímetro de punção. Apesar de ter uma proposta mais refinada, esta abordagem dependia grandemente da discretização do modelo e poderia facilmente apresentar valores não previstos pela abordagem da norma.

Desta forma, a partir da V23, optou-se pela utilização direta do conceito apresentado pelo ABNT NBR 6118.

Teoria utilizada

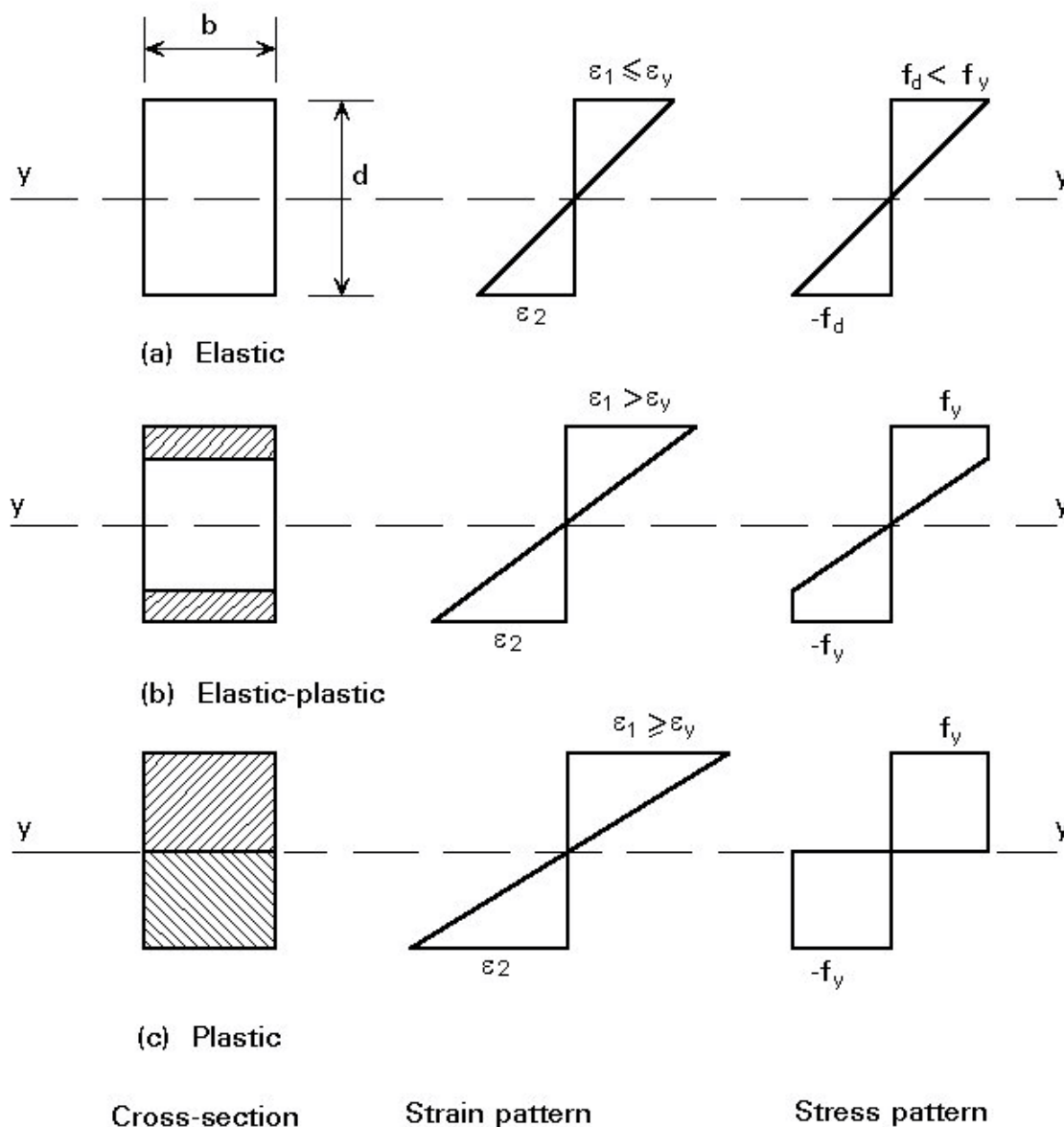
A análise de punção é feita considerando a análise plástica. Ou seja, já está prevista a fissuração do concreto e apenas mecanismos fora a integridade do concreto são utilizados para definição da resistência máxima.

Nesta situação de análise plástica, a distribuição de tensões de cisalhamento no perímetro crítico tem o seguinte aspecto:



Observem que, para um momento aplicado, a tensão máxima de cisalhamento tem o mesmo módulo para todo trecho do perímetro crítico.

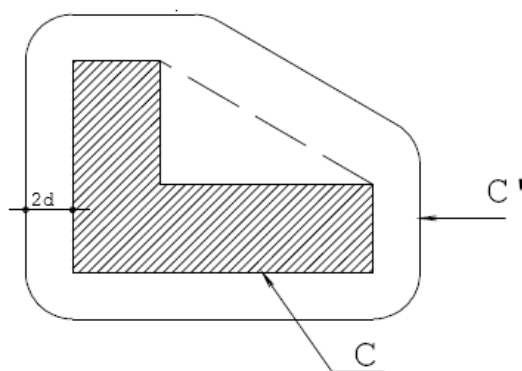
Apenas para ilustrar, segue o diagrama de tensões X deformações “clássico” para a situação elástica, elasto-plástica e plástico:



Observem que a distribuição de tensões no perímetro crítico tem o aspecto esperado (mesmo módulo), quando analisamos os diagramas acima.

Eliminação de concavidades

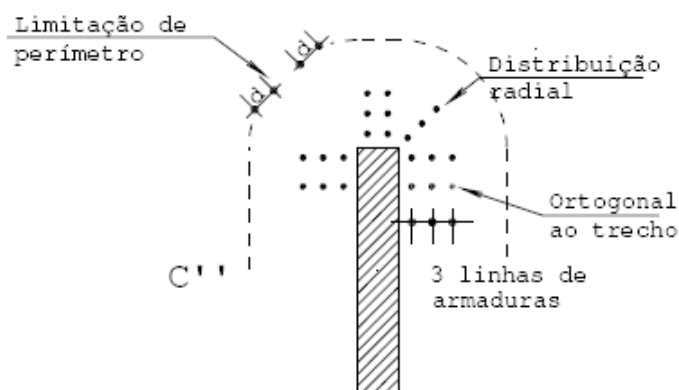
Os contornos críticos em volta do pilar devem ser convexos. O primeiro perímetro crítico consiste então no contorno do pilar com as concavidades removidas:



Perímetros efetivos

Os perímetros críticos são definidos conforme consta na ABNT NBR 6118. Mas o comprimento real usado no cálculo de tensões será limitado por arredondamentos de raio $2d$ e pela distribuição das armaduras de punção (que serão

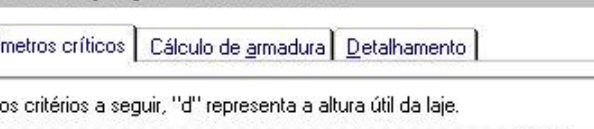
previamente planejadas). As projeções das linhas de armaduras em torno do pilar sobre o perímetro crítico podem ter distância máxima de $2d$, limitando o comprimento do perímetro como na figura:



O resultado é que novos perímetros podem não ter um acréscimo significativo no comprimento, conforme a disposição das armaduras. Isto pode provocar um aumento no número de perímetros necessários para armar punção.

Critérios para controle dos perímetros críticos

O botão "Critérios de punção" chama a janela onde "Perímetros críticos" são os critérios para controle da geração dos perímetros. Os critérios são:



Critérios de punção - NBR-6118:2003		
Perímetros críticos	Cálculo de armadura	Detalhamento
Nos critérios a seguir, "d" representa a altura útil da laje.		
Comprimento máximo para eliminação de concavidades	20	d
Comprimento máximo para agrupamento de trechos	1,5	d
Distância entre perímetros críticos paralelos	2	d
Número de perímetros críticos a mostrar inicialmente	3	

Comprimento máximo para eliminação de concavidades	A remoção de concavidades só será feita em arestas com comprimento menor que o máximo definido aqui.
Comprimento máximo para agrupamento de trechos	É a distância Dmax mostrada anteriormente que serve para quebrar os sub-perímetros (padrão 1.5d).
Distância entre perímetros críticos paralelos	Por padrão vale 2d, conforme a norma.
Número de perímetros a mostrar inicialmente	Por padrão são gerados inicialmente três perímetros em volta do pilar.

Adaptação de nomenclatura

Para maior clareza nas explicações a seguir, é necessário que alteremos a nomenclatura utilizada pela norma em relação aos índices. Desta forma, iremos utilizar o seguinte:

$$C_1 ; C_2 ; W_{p1} ; W_{p2} \rightarrow C_x ; C_y ; W_{px} ; W_{py}$$

Com isso, a formulação passa a estar associada aos eixos cartesianos, o que torna muito mais simples o entendimento.

Cálculo do W_p

Uma das características básicas para o cálculo de punção é o módulo de resistência plástica (W_p).

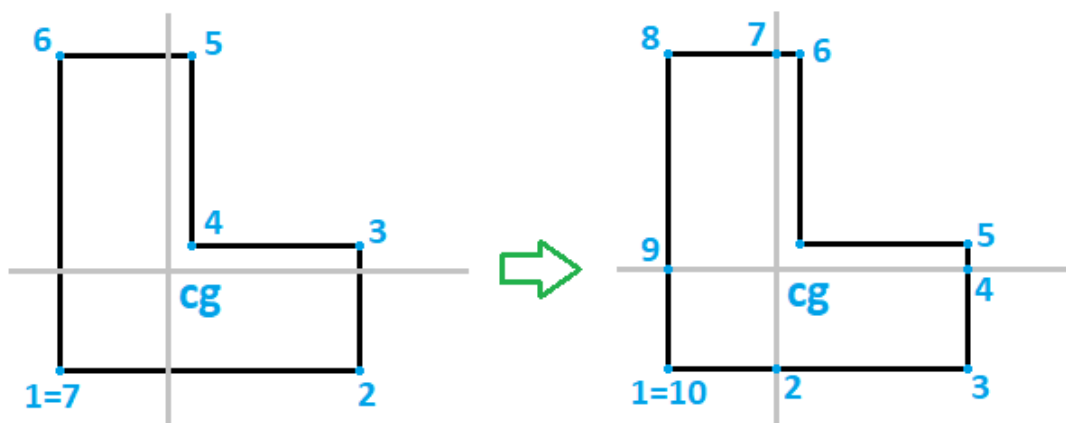
O procedimento mais simples de utilizá-lo no sistema TQS é através da integral presente no item 19.5.2.2. da ABNT NBR 6118:2014:

$$W_p = \int_0^u |e| \cdot dl$$

Esta integral pode ser tomada, de modo simplista como a somatória de comprimentos de aresta, do polígono analisado, multiplicados pela distância ao eixo analisado:

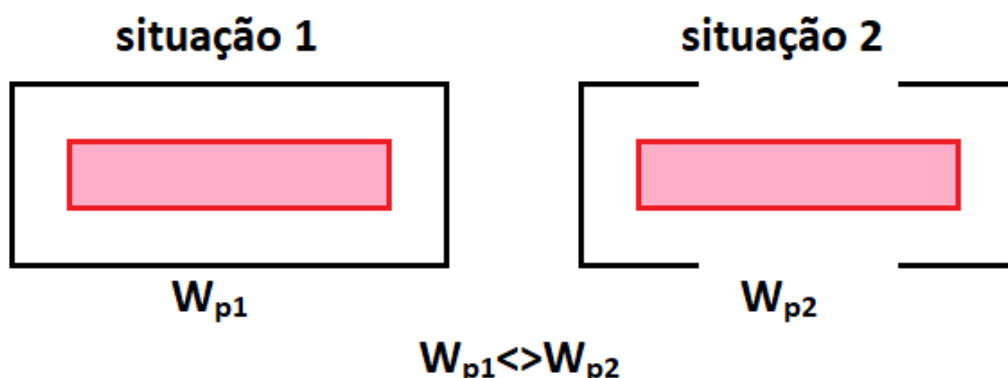
$$W_p = \sum_1^n |dist. média ao eixo do perímetro| \cdot comp. aresta$$

As arestas para esta soma devem considerar que o módulo da distância. Desta forma, toda poligonal deve ser “editada” de modo que sejam criados pontos na intersecção das arestas originais com as linhas de eixo que passam pelo CG. Um exemplo abaixo:



Observe que foram criados os pontos 2, 4, 7 e 9, que não existiam na poligonal original.

Uma observação muito importante é que o valor de W_p é calculado sobre a geometria do perímetro crítico efetivamente existente. De modo gráfico temos:



Formulação genérica

A verificação a punção é feita através da tensão de cisalhamento, sendo apresentada a seguinte formulação na ABNT NBR 6118:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K_1 \cdot M_{sd1}}{W_{p1} \cdot d} + \frac{K_2 \cdot M_{sd2}}{W_{p2} \cdot d}$$

Adaptando esta fórmula para os eixos cartesianos X e Y, teremos a seguinte formulação:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K_x \cdot M_{sdx}}{W_{px} \cdot d} + \frac{K_y \cdot M_{sdy}}{W_{py} \cdot d}$$

Onde:

M_{sdx} : momento fletor atuante em torno do eixo X analisado;

M_{sdy} : momento fletor atuante em torno do eixo Y analisado;

K_x : é o valor de K (tabela 19.2 da ABNT NBR 6118:2014) obtido para relação $\frac{c_y}{c_x}$ do pilar;

K_y : é o valor de K (tabela 19.2 da ABNT NBR 6118:2014) obtido para relação $\frac{c_x}{c_y}$ do pilar;

c_x : dimensão em X do pilar. Usar retângulo envolvente, caso necessário;

c_y : dimensão em Y do pilar. Usar retângulo envolvente, caso necessário;

d : altura útil da laje. Iremos utilizar a proposta do Eurocode 2, 2004:

$$d = \frac{d_x + d_y}{2}$$

d_x : altura útil da laje na direção X;

d_y : altura útil da laje na direção Y.

Não faz sentido fazer qualquer cálculo de punção com os valores d_x e d_y separadamente, uma vez que o efeito punção ocorre simultaneamente em ambas as direções e não pode ser separado em trechos.

Observação sobre a formulação

A formulação apresentada no item 19.5.2.3.b, da ANBT NBR 6118:2014 está errada ao indicar que o valor de K_2 seria obtido com a substituição de $\frac{c_1}{c_2}$ por $\frac{c_2}{2 \cdot c_1}$. O valor de K_2 deve ser obtido com $\frac{c_1}{c_2}$.

Esta formulação tem um formato muito próximo ao da tensão máxima em uma seção sujeita a flexão normal oblíqua. Apesar de não haver qualquer menção nas normas, podemos tomar a formulação com exatamente o mesmo entendimento. A primeira parcela está associada ao esforço normal. A segunda parcela, ao momento em torno do eixo X e a terceira parcela, ao momento em torno do eixo Y.

Esforços Solicitantes Utilizados

Modelo 6

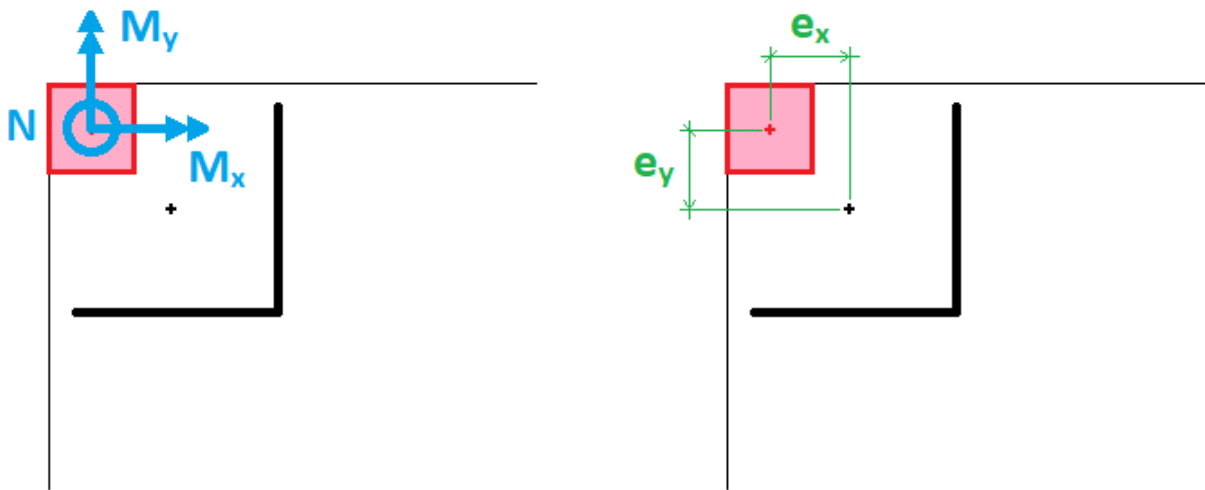
Os esforços solicitantes a serem utilizados na formulação apresentada representam o acréscimo de esforços solicitantes no pilar entre a base do pilar acima e o topo do pilar abaixo. Este acréscimo será considerado como vindo da laje e é para estes esforços que a verificação/dimensionamento de punção deve ser efetuado.

Modelo 4

No caso de o edifício ser processado com o Modelo IV, os esforços solicitantes são obtidos com base no modelo de grelha do pavimento.

Perímetro Crítico Excêntrico ao Pilar

Caso o baricentro do perímetro crítico não seja coincidente com o baricentro do pilar, é necessário alterar o momento fletor utilizado na formulação anterior. De modo esquemático, tomemos o pilar de canto a seguir:



O valor de momentos fletores resultante da excentricidade são apresentados abaixo:

$$M_x^* = M_x + N \cdot e_y$$

$$M_y^* = M_y - N \cdot e_x$$

A formulação acima é diferente da apresentada pela ABNT NBR 6118 pois os valores de e_x e e_y são tomados com seus sinais, assim como para os valores de M_x e M_y , de modo a manter a coerência vetorial dos momentos fletores.

Na norma ABNT NBR 6118, a situação de perímetro crítico excêntrico é apresentada apenas para pilares de extremidade e de borda, mas, teoricamente, o mesmo problema ocorreria em pilares não retangulares.

O valor de momentos fletores "efetivos" a serem utilizados no cálculo de tensões é apresentado abaixo:

$$M_{x1} = M_x - M_x^*$$

$$M_{y1} = M_y - M_y^*$$

Pilares com Vigas

No caso de pilares que, além das lajes, também recebam vigas, a verificação/dimensionamento a punção é tratada da seguinte forma:

Obtém-se os esforços solicitantes, como já mencionado;

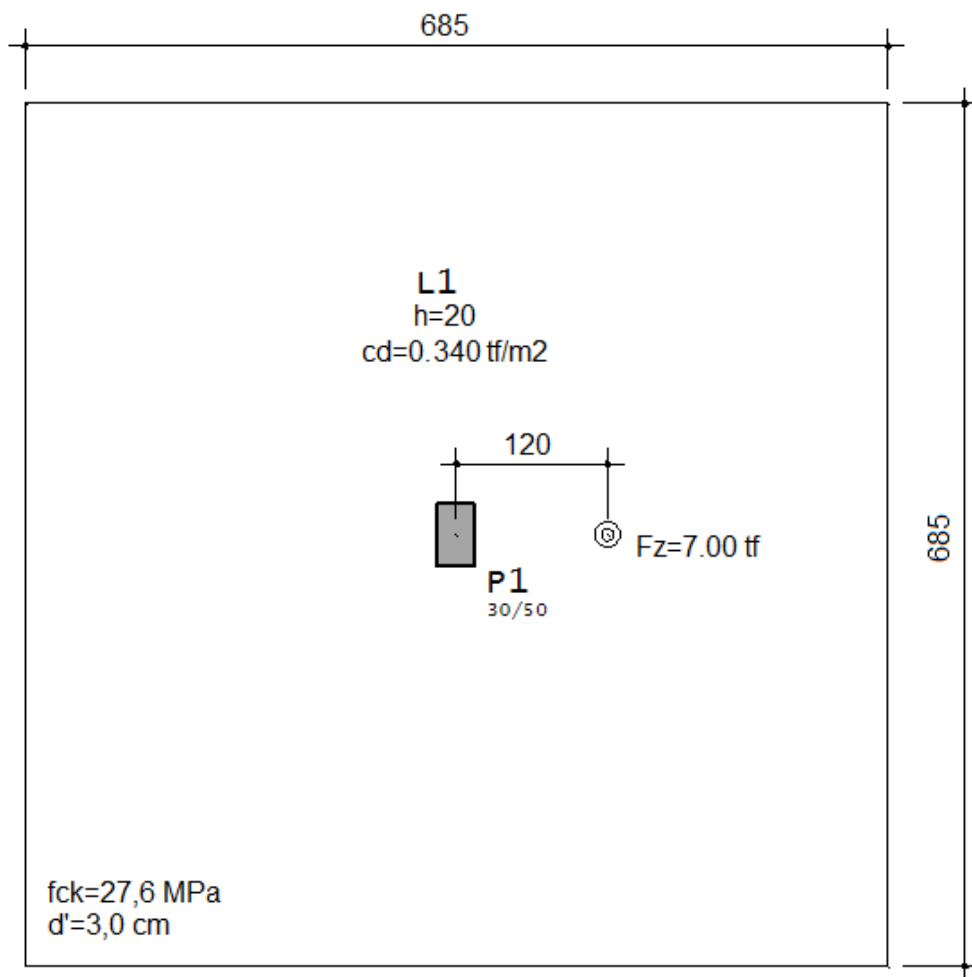
Subtrai-se os esforços que estão associados às vigas;

Com isso, temos esforços solicitantes associadas apenas as lajes;

Faz-se a verificação/dimensionamento.

Exemplos de cálculo

Considerando a situação hipotética apresentada abaixo:



Do esquema acima temos:

$$F_k = (2,5 \cdot 0,20 + 0,340) \cdot (6,85 \cdot 6,85 - 0,30 \cdot 0,50) + 7,00 = 46,29 \text{ tf}$$

$$M_{y,k} = 7,00 \cdot 1,20 = 8,40 \text{ tf.m}$$

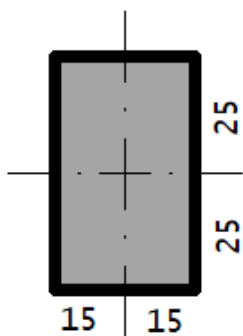
$$F_{sd} = 1,40 \cdot 46,29 = 64,81 \text{ tf}$$

$$M_{y,sd} = 1,40 \cdot 8,40 = 11,76 \text{ tf.m} = 1176 \text{ tf.cm}$$

$$d = 20,0 - 3,0 = 17,0 \text{ cm}$$

$$\rho = 1\% \text{ (definido nos critérios)}$$

Perímetro C



Os cálculos são os seguintes:

$$u = 4 \cdot 15 + 4 \cdot 25 = 160 \text{ cm}^2$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} \text{ (conforme orientação da publicação com exemplos da norma)}$$

$$\tau_{sd} = \frac{64,81}{160 \cdot 17} = 2,383 \cdot 10^{-2} \text{ tf/cm}^2$$

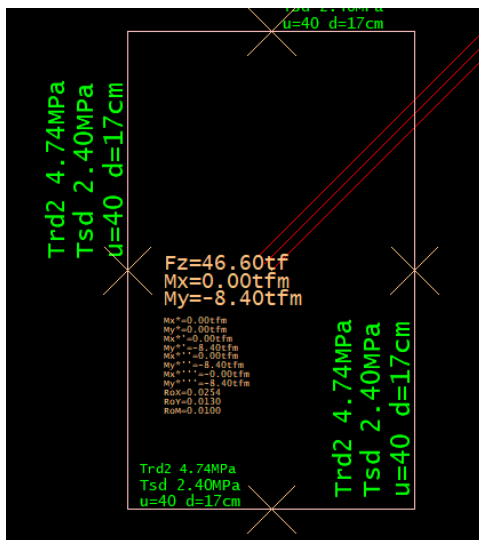
$$\tau_{sd} = 2,383 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rd} = \tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \cdot f_{cd}$$

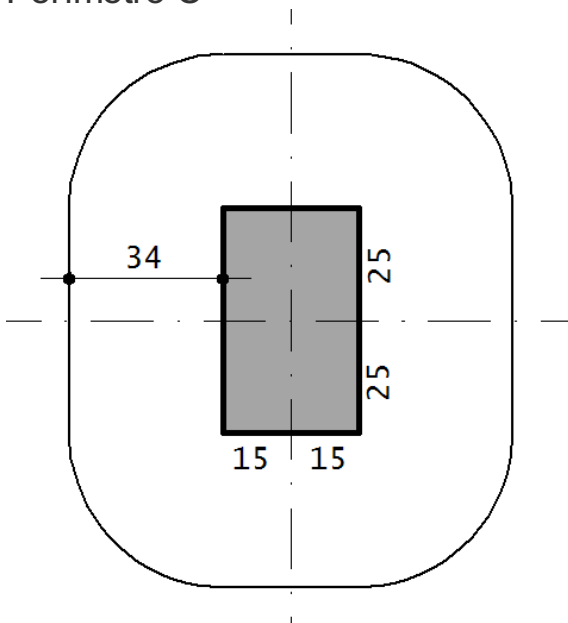
$$\tau_{Rd} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{27,6}{250}\right) \cdot \frac{27,6}{1,40} = 4,74 \text{ MPa}$$

$$\tau_{sd} < \tau_{Rd} \therefore OK$$

O valor apresentado pelo programa é o seguinte:



Perímetro C'



Os cálculos são os seguintes:

$$u = 4 \cdot 15 + 4 \cdot 25 + 2 \cdot \pi \cdot 34 = 373,59 \text{ cm}$$

$$W_{px} = \frac{50^2}{2} + 50 \cdot 30 + 4 \cdot 30 \cdot 17 + 16 \cdot 17^2 + 2 \cdot \pi \cdot 17 \cdot 50$$

$$= 14.754,72 \text{ cm}^2$$

$$W_{py} = \frac{30^2}{2} + 30 \cdot 50 + 4 \cdot 50 \cdot 17 + 16 \cdot 17^2 + 2 \cdot \pi \cdot 17 \cdot 30$$

$$= 13.178,43 \text{ cm}^2$$

$$K_x = 0,667 \text{ (já calculado)}$$

$$K_y = 0,480 \text{ (já calculado)}$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K_x \cdot M_{sdx}}{W_{px} \cdot d} + \frac{K_y \cdot M_{sdy}}{W_{py} \cdot d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{64,81}{373,59 \cdot 17} + \frac{0,667 \cdot 0,0}{14754,72 \cdot 17} + \frac{0,480 \cdot 1176}{13178,43 \cdot 17}$$

$$= 1,2698 \cdot 10^{-2} \text{ tf/cm}^2$$

$$\tau_{sd} = 1,27 \text{ MPa}$$

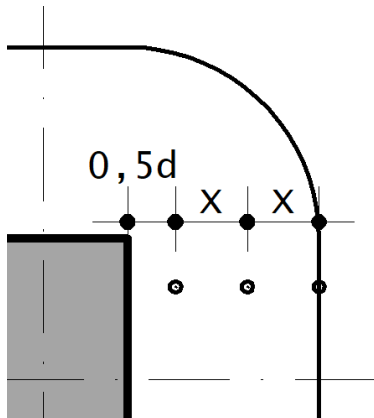
$$\tau_{Rd} = \tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot \left(100 \cdot \rho \cdot f_{ck} \right)^{1/3}$$

$$\tau_{Rd} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{17}} \right) \cdot \left(100 \cdot \frac{1}{100} \cdot 27,6 \right)^{1/3} = 0,83 \text{ MPa}$$

$$\tau_{sd} > \tau_{Rd} \therefore \text{Não OK}$$

Obs: foi adotado $\rho = 1\%$.

Então será necessário a utilização de armadura. Primeiramente, devemos definir a geometria onde a armadura será distribuída:



$$34 = 0,5 \cdot d + 2 \cdot s_r \rightarrow s_r = 12,75 \text{ cm}$$

Conforme item 19.4.2:

Espessura laje (cm)	fywd (MPa)
≤ 15	250
17	333,75
≥ 35	435

Com isso:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd3}$$

$$\tau_{sd} \leq 0,1 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot \left(100 \cdot \rho \cdot f_{ck}\right)^{1/3} + 0,1 \cdot \sigma_{cp} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \sin \alpha}{u \cdot d}$$

$$1,2698 \cdot 10^{-2} \leq 0,1 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{17}}\right) \cdot \left(100 \cdot \frac{1}{100} \cdot 27,6\right)^{1/3} + 0,1 \cdot 0,0 + 1,5 \cdot \frac{17}{12,75} \cdot \frac{A_{sw} \cdot 333,75 \cdot 10^3 \cdot \sin 90^\circ}{3,7359 \cdot 0,17}$$

$$A_{sw} \geq 6,08 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 6,08 \text{ cm}^2$$

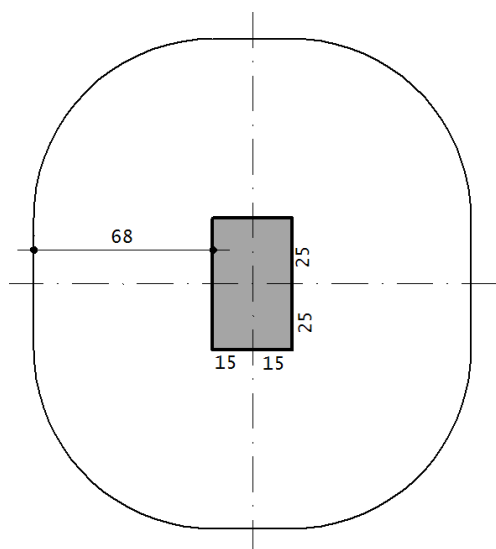
Considerando armadura com $\phi = 6,3 \text{ mm}$ ($0,31 \text{ cm}^2$):

$$N = \frac{6,08}{0,31} = 19,61 \rightarrow N = 20$$

Ou seja, temos que distribuir 20 conjuntos de armadura de cisalhamento. No Editor é apresentado o seguinte:



Perímetro C''



Os cálculos são os seguintes:

$$u = 4 \cdot 15 + 4 \cdot 25 + 2 \cdot \pi \cdot 68 = 587,26 \text{ cm}$$

$$W_{px} = \frac{50^2}{2} + 50 \cdot 30 + 4 \cdot 30 \cdot 34 + 16 \cdot 34^2 + 2 \cdot \pi \cdot 34 \cdot 50 = 36.007,41 \text{ cm}^2$$

$$W_{py} = \frac{30^2}{2} + 30 \cdot 50 + 4 \cdot 50 \cdot 34 + 16 \cdot 34^2 + 2 \cdot \pi \cdot 34 \cdot 30 = 33.654,85 \text{ cm}^2$$

$$K_x = 0,667 \text{ (já calculado)}$$

$$K_y = 0,480 \text{ (já calculado)}$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K_x \cdot M_{sdx}}{W_{px} \cdot d} + \frac{K_y \cdot M_{sdy}}{W_{py} \cdot d}$$

$$\tau_{sd} = \frac{64,81}{587,26 \cdot 17} + \frac{0,667 \cdot 0,0}{36.007,41 \cdot 17} + \frac{0,480 \cdot 1176}{33.654,85 \cdot 17} = 0,7461 \cdot 10^{-2} \text{ tf/cm}^2$$

$$\tau_{sd} = 0,75 \text{ MPa}$$

$$\tau_{Rd} = \tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3}$$

$$\tau_{Rd} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{17}} \right) \cdot \left(100 \cdot \frac{1}{100} \cdot 27,6 \right)^{1/3} = 0,83 \text{ MPa}$$

$$\tau_{sd} < \tau_{Rd} \therefore OK$$

No Editor é apresentado o seguinte:

