

## Comprimento equivalente $L_e$

### Mensagens da Comunidade-TQS sobre comprimento $L_e$

#### Mensagem 1

Alguém saberia como obter o comprimento equivalente para um pilar, que se encontra engastado na base e possui um apoio elástico (mola) no topo?

Engastado-livre, seria  $2L$ . Engastado-apoiado, seria  $0,7L$ . Sei que será algum valor intermediário, mas como chegar nesse valor?

Esse comprimento equivalente, eu conhecia como comprimento de flambagem. Mas como não ocorre flambagem em pilares reais, e sim efeitos de 2ª ordem, a flambagem desapareceu. Pelo menos, o nome "flambagem". Mas esse comprimento, não poderia continuar com o nome de "comprimento de flambagem"? Só o nome.

#### Mensagem 2

Só existem dois casos que devem ser utilizados no dimensionamento. O primeiro caso é o pilar em balanço, cujo comprimento utilizado deve ser  $2L$ . O segundo caso é o que engloba todos os demais casos e deve ser utilizado apenas  $L$  (seja qualquer o tipo de vinculação!!!). Está escrito na norma, no item 15 em algum lugar.

Todos sabemos o comprimento de flambagem varia dependendo das vinculações na extremidade, mas não se esqueça a análise de Euler tratava de barras em regime elástico. As peças de concreto armado não se encontram em regime elástico. Utilizar um comprimento de flambagem menor do que  $L$ , "supondo" condições de extremidade, é contra a segurança, porque as seções plastificam e o verdadeiro comprimento de flambagem se altera em função das plastificações, tendendo para um valor maior do que o valor considerado.

Suponha o exemplo que você citou, engastado na base e apoiado no topo. O comprimento de flambagem seria  $0,7L$ , mas após as plastificações e a chegada ao ELU, o comprimento de flambagem, se calculado, chegaria a um valor maior que esse, mas com certeza ainda não chegaria a  $L$ .

Você até pode calcular o comprimento de flambagem engastado na base e com a mola no topo, chegaria a algum valor entre  $0,7L$  e  $L$ , mas se o usasse estaria contra a segurança, pois o comprimento de flambagem aumentaria depois das plastificações.

Resumindo, se é engastado e livre usa-se  $2L$ , qualquer outro caso devemos usar  $L$ , apesar de não ser, é a favor da segurança e é o que a norma nos diz. Usar os valores elásticos é contra a segurança.

#### Mensagem 3

Muito obrigado pela explicação sobre a não utilização dos comprimentos elásticos para pilares reais. A favor da segurança, e por causa desse item da Norma (15.6), os comprimentos que eu utilizava eram  $L$  ou  $2L$ . Agora, a utilização do  $L$  por minha parte, não é mais por motivo de segurança adicional ou exigência de norma, mas por uma realidade das estruturas usuais.

No caso em questão, a vinculação superior se dá por aparelhos de apoio em neoprene fretado, onde se apóia o tabuleiro da ponte. A minha intenção era dimensionar o pilar para um comprimento entre  $L$  e  $2L$ , na situação de uso da ponte, e  $2L$  em situação de montagem ou em situação de substituição dos neoprenes.

Na análise, considerando uma rigidez segura dessa mola, os deslocamentos na direção da mola foram baixos, na ordem de  $L/800$ , na pior combinação. A análise foi com P-delta, rigidez simplificada, e  $G_{\text{ama}_f}$  integral.

O pilar em questão, está dimensionado considerando  $2L$ , mas muito próximo do limite, nos ELU. Qualquer redução

nesse comprimento de flambagem, é uma seguranga adicional. Vou deixar a armadura do jeito que está.

## Mensagem 4

A questão do comprimento do pilar para o cálculo de efeitos de segunda ordem é uma questão polêmica e, muitas vezes, de difícil compreensão.

No seu caso específico, vínculos elásticos no topo, creio que não se deve ficar seguindo certas regras fixas de Norma, considerando o valor do comprimento como sendo apenas  $L$  ou  $2L$ . Estes valores prescritos pela norma são valores válidos para situações de vinculações extremas bem definidas e seção transversal constante.

Quando você tem o caso de pilar de comprimento elevado, engastado na base e vinculação elástica na região superior, as regras simplificadas prescritas pela norma não são diretamente aplicadas.

Imagine um vínculo elástico no topo do pilar com pequena capacidade de restrição ao deslocamento horizontal. Neste caso o valor para calculo de segunda ordem se aproxima de  $2L$ . De modo oposto, se o vínculo elástico for significativo e quase que impedir o deslocamento do pilar, o valor vai estar mais próximo de  $L$ .

Além de pontes, estes casos de pilares são muito comuns nas nossas estruturas, por exemplo, pilares de galpões com estrutura metálica de cobertura, pilares de estruturas pré-moldadas, etc.

O ideal seria estudar este pilar com um sistema computacional similar ao já exposto aqui na Comunidade pelo eng. Alio Kimura que foi denominado de Método Geral Global. Recordando, os sistemas TQS sempre forneceram uma ferramenta para resolução deste tipo de problema:

até a versão 10 tínhamos um programa a parte denominado P2ORD que realizava um cálculo de verificação para estes pilares (sistema existente desde 1988).

nas versões 11, 12 e 13 temos o cálculo de pilares conforme a Norma NBR6118, Método Geral, para um lance de pilar, inclusive com vínculos elásticos nas extremidades e consideração da não linearidade física e geométrica (também um cálculo de verificação).

na versão 14 será liberado o Método Geral Global considerando todo o pórtico espacial não linear, físico e geométrico.

Portanto, por seguranga, se você vai fazer um cálculo simplificado e tem alguma dúvida se o vínculo elástico restringe ou não o deslocamento do topo do pilar, é sempre recomendável utilizar o valor do comprimento para cálculo de efeitos de segunda ordem como sendo  $2L$ , mesmo que o pilar NÃO esteja aparentemente em balanço.

Deve-se lembrar também que em pilares de pontes temos muitas vezes fundações profundas. Neste caso o pilar está teoricamente engastado na base, mas na prática a fundação não é vínculo indeformável. O pilar vai sofrer uma certa rotação e deslocamento horizontal na base. Para resolver estes casos com certa aproximação, é quase que imprescindível recorrer a uma análise não linear física e geométrica, mesmo que de forma simplificada. Lembrar também que pilares de pontes possuem cargas horizontais no topo do pilar devido a temperatura e frenagem.