

Vigas - Torção

TORSÃO EM VIGA

Este exemplo tem o intuito de verificar o cálculo a torção primária de uma viga. O exemplo foi extraído da seguinte referência para ter maior respaldo nos resultados: Design of Concrete Structures - 15th Edition – Darwin, Dolan, Nilson, McGrawHill, 2016 ACI 318-14. Exemplo 8.1. Pág 266

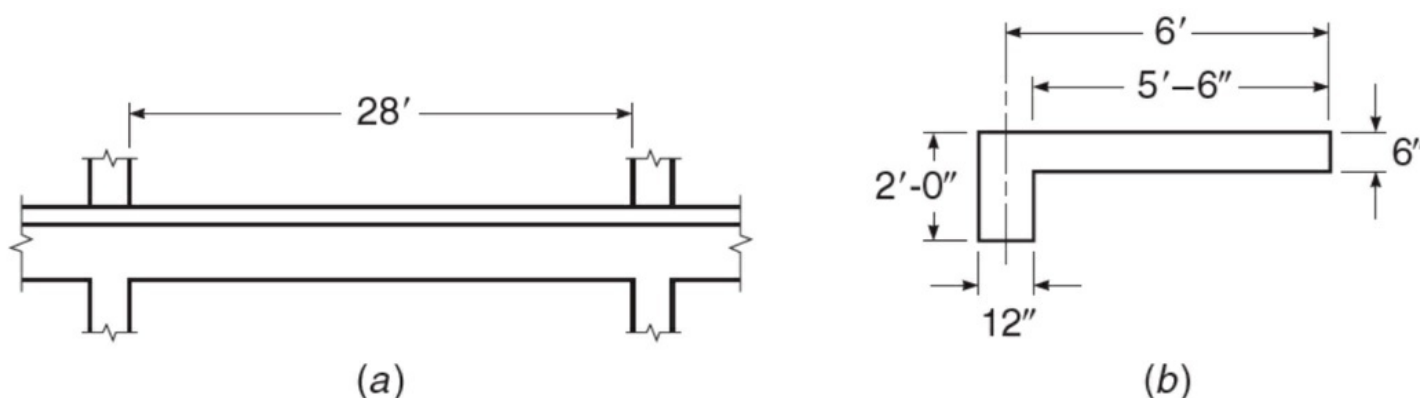
O exemplo foi calculado no TQS, no RAM, no Cypecad e no Tricalc.

Dados:

Viga entre colunas de seção retangular.

$f_y = 60000 \text{ psi}$

$f_c = 5000 \text{ psi}$



Cargas:

Peso próprio considerando um peso unitário de 150 pcf.

Carga acidental sobre laje 50 lbf/ft²

Carga acidental sobre viga 900 lbf/ft

Dimensionamento feito ACI x TQS:

ACI

Cortante:

$V_u = 39,40 \text{ kips}$

$V_{u,design} = 34,40 \text{ kips}$

$$V_n = V_c + V_s$$

$V_u = 39,40 \text{ kips}$

$V_{u,design} = 34,40 \text{ kips}$

$$V_c = 2 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{5000} \cdot 12 \cdot 21,5 = 36,53 \text{ kips}$$

$$V_n = \frac{V_{u,design}}{\phi_{0,75}} = V_c + V_s \rightarrow V_s = 16,00 \text{ kips} \rightarrow V_n = 52,53 \text{ kips}$$

$$V_{s,lim} = 8 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 8 \cdot \sqrt{5000} \cdot 12 \cdot 21,5 = 145,95 \text{ kips}$$

$$A_v = \frac{V_s \cdot s}{f_{yt} \cdot d} = \frac{A_v}{s} = \frac{16}{60 \cdot 21,5} = 0,0124 \text{ in}^2/\text{in}$$

$$\phi_{0,75} \rightarrow \phi V_n \geq V_u \rightarrow 39,40 \geq 39,40 \rightarrow \text{OK!!}$$

Torção:

$$T_u = 42,60 \text{ kip.ft}$$

$$T_{u,design} = 37,2 \text{ kip.ft}$$

Recobrimento até eixo do estribo (rec_e): 1,75 in

$$A_{cp} = b_w \cdot h = 12 \cdot 24 = 288 \text{ in}^2$$

$$p_{cp} = 2 \cdot (b_w + h) = 2 \cdot (12 + 24) = 72 \text{ in}$$

$$A_{oh} = (b_w - (2 \cdot rec_e)) \cdot (h - (2 \cdot rec_e)) = (12 - 3,5) \cdot (24 - 3,5) = 174 \text{ in}^2$$

$$p_h = (2 \cdot (b_w - (2 \cdot rec_e)) + (2 \cdot (h - (2 \cdot rec_e)))) = (2 \cdot (8,5)) + (2 \cdot (20,5)) = 58 \text{ in}$$

$$T_u \leq \lambda \cdot \phi \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} = 1 \cdot 0,75 \cdot \sqrt{5000} \cdot \frac{288^2}{72} = 5,1 \text{ kip.ft} \leq 37,2 \text{ kip.ft} \rightarrow \text{Precisa considerar!}$$

Fissuração:

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w \cdot d}\right)^2 + \left(\frac{T_u \cdot p_h}{1,7 \cdot A_{oh}^2}\right)^2} \leq \phi \cdot \left(\frac{V_c}{b_w \cdot d} + 8 \cdot \sqrt{f'_c}\right)$$

$$\sqrt{\left(\frac{34,40}{12 \cdot 21,5}\right)^2 + \left(\frac{37,20 \cdot 58}{1,7 \cdot 174^2}\right)^2} \leq 0,75 \cdot \left(\frac{36,49}{12 \cdot 21,5} + 8 \cdot \sqrt{5000}\right)$$

$$0,52 \text{ ksi} \leq 0,53 \text{ ksi} \rightarrow \text{OK!!}$$

Armaduras Transversal:

$$\frac{A_l}{p_h} = \frac{A_t}{s} = \frac{T_n}{(1,7 \cdot A_{oh} \cdot f_{yt} \cdot \cot g(\theta))} = \frac{\frac{446,40}{0,75}}{(1,7 \cdot 174 \cdot 60 \cdot \cot g(45))} = 0,0335 \text{ in}^2/\text{in}$$

Considerando 2 ramos:

$$\frac{A_v}{s} + 2 \cdot \frac{A_t}{s} = \frac{0,0124}{1} + 2 \cdot 0,0335 = 0,0794 \text{ in}^2/\text{in} - 2R$$

$$A_{v,min} = 0,75 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b_w \cdot s}{f_{yt}} \geq 50 \cdot \frac{b_w}{f_{yt}} = 0,013 \text{ in}^2/\text{in} - 2R$$

$$A_v \geq A_{v,min} \rightarrow 0,0794 (2R) \geq 0,011 (2R) \rightarrow \text{OK!!}$$

Espaçamento:

$$s \leq s_{max} \rightarrow s_{max} = \text{menor valor entre } s_1 \text{ e } s_2$$

$$s_1 = \frac{p_h}{8} = 7,25 \text{ in}$$

$$s_1 = \frac{d}{2} = 10,75 \text{ in ou } s_2 = 24 \text{ in}$$

$$\phi_t = \#4 \rightarrow A_v = 0,080 \text{ in}^2/\text{in} \rightarrow \#4 @ 5 \text{ in}$$

Armadura Longitudinal:

$$A_l = 0,0335 \cdot 58 = 1,94 \text{ in}^2 \quad A_l = 0,0335 \cdot 58 = 1,94 \text{ in}^2$$

$$A_{l,min} = 5 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{A_{cp}}{f_{yl}} - \left(\frac{A_t}{s}\right) \cdot p_h \cdot \frac{f_{yt}}{f_{yl}} = 5 \cdot 70,71 \cdot 0,0048 - (1,94) = -0,24 \text{ in}^2$$

$$A_{l,min} \leq A_l \rightarrow A_l \text{ OK!!} \quad A_{l,min} \leq A_l \rightarrow A_l \text{ OK!!}$$

TQS

Cortante:

$$V_u = 38,40 \text{ kips}$$

$$V_{u,design} = 38,40 \text{ kips}$$

$$V_n = V_c + V_s$$

$$V_u = 38,40 \text{ kips}$$

$$V_{u,design} = 38,40 \text{ kips}$$

$$V_c = 2 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{5000} \cdot 12 \cdot 21,5 = 36,53 \text{ kips}$$

$$V_n = \frac{V_{u,design}}{\phi_{0,75}} = V_c + V_s \rightarrow V_s = 14,67 \text{ kips} \rightarrow V_n = 51,20 \text{ kips}$$

$$V_{s,lim} = 8 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d = 8 \cdot \sqrt{5000} \cdot 12 \cdot 21,5 = 145,95 \text{ kips}$$

$$A_v = \frac{V_s \cdot s}{f_{yt} \cdot d} = \frac{A_v}{s} = \frac{14,67}{60 \cdot 21,5} = 0,0114 \text{ in}^2/\text{in}$$

$$\phi_{0,75} \rightarrow \phi V_n \geq V_u \rightarrow 38,40 \geq 38,40 \rightarrow \text{OK!!}$$

Torção:

$$T_u: 39,37 \text{ kip.in}$$

$$T_{u,design} = 39,37 \text{ kip.ft}$$

Recobrimento até eixo do estribo (rec_e): 1,75 in

$$A_{cp} = 288 \text{ in}^2 \quad A_{cp} = 288 \text{ in}^2$$

$$p_{cp} = 72 \text{ in} \quad p_{cp} = 72 \text{ in}$$

$$A_{oh} = 178,56 \text{ in}^2 \quad A_{oh} = 178,56 \text{ in}^2$$

$$p_h = (2 \cdot (b_w - (2 \cdot rec_e))) + (2 \cdot (h - (2 \cdot rec_e))) = (2 \cdot (12,23)) + (2 \cdot (20,10)) = 58,504 \text{ in}$$

$$T_u \leq 0,083 \cdot \phi \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{A_{cp}^2}{p_{cp}} = 1 \cdot 0,75 \cdot \sqrt{5000} \cdot \frac{288^2}{72} = 5,1 \text{ kip.ft} \leq 39,37 \text{ kip.ft} \rightarrow$$

Precisa considerar!

Fissuração:

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w \cdot d}\right)^2 + \left(\frac{T_u \cdot p_h}{1,7 \cdot A_{oh}^2}\right)^2} \leq \phi \cdot \left(\frac{V_c}{b_w \cdot d} + 0,66 \cdot \sqrt{f'_c}\right)$$

$$\sqrt{\left(\frac{38,40}{12 \cdot 21,5}\right)^2 + \left(\frac{472,44 \cdot 58,504}{1,7 \cdot 178,56^2}\right)^2} \leq 0,75 \cdot \left(\frac{36,49}{12 \cdot 21,5} + 8 \cdot \sqrt{5000}\right)$$

$$0,531 \text{ ksi} \leq 0,53 \text{ ksi} \rightarrow \text{Não OK!!} \quad 0,531 \text{ ksi} \leq 0,53 \text{ ksi} \rightarrow \text{Não OK!!}$$

Obs: Como o TQS não considera a redução da cortante e da torção até a distância "d" do apoio em casos de torção, nesse caso acaba ultrapassando o limite da Norma, se mostra a mensagem "Impossível Dimensionar" para informar ao usuário sobre esse erro. De qualquer forma seguimos abaixo os cálculos apenas para efeito de mostrar a proximidade de resultados com o exemplo do ACI no dimensionamento de armaduras.

Armaduras Transversal:

$$\frac{A_l}{p_h} = \frac{A_t}{s} = \frac{T_n}{(1,7 \cdot A_{oh} \cdot f_{yt} \cdot \cot g(\theta))} = \frac{\frac{472,44}{0,75}}{(1,7 \cdot 178,56 \cdot 60 \cdot \cot g(45))} = 0,0345 \frac{\text{in}^2}{\text{in}}$$

Considerando 2 ramos:

$$\frac{A_v}{s} + 2 \cdot \frac{A_t}{s} = \frac{0,0114}{1} + 2 \cdot \frac{0,0345}{1} = 0,080 \text{ in}^2/\text{in} - 2R$$

$$A_{v,min} = 0,75 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b_w \cdot s}{f_{yt}} \geq 50 \cdot \frac{b_w}{f_{yt}} = 0,013 \text{ in}^2/\text{in} - 2R$$

$$A_v \geq A_{v,min} \rightarrow 0,080 (2R) \geq 0,013 (2R) \rightarrow \text{OK!!}$$

Espaçamento:

$$s \leq s_{max} \rightarrow s_{max} = \text{menor valor entre } s_1 \text{ e } s_2$$

$$s_1 = \frac{p_h}{8} = 7,25 \text{ in}$$

$$s_1 = \frac{d}{2} = 10,75 \text{ in ou } s_2 = 24 \text{ in}$$

$$\phi_t = \#4 \rightarrow A_v = 0,080 \text{ in}^2/\text{in} \rightarrow \#4 @ 5 \text{ in}$$

Armadura Longitudinal:

$$A_l = 0,0345 \cdot 58,504 = 2,02 \text{ in}^2$$

$$A_{l,min} = 5 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{A_{cp}}{f_{yl}} - \left(\frac{A_t}{s}\right) \cdot p_h \cdot \frac{f_{yt}}{f_{yl}} = 5 \cdot 0,34 - (2,02) = -0,32 \text{ in}^2$$

$$A_{l,min} \leq A_l \rightarrow A_l \text{ OK!!}$$

Resumo de Resultados:

Esforços e Dimensionamento a Torsão - ACI 318-19							
Descrição	RAM	TRICALC	CYPECAD	TQS	Ref	Dif	Obs.
Momento max (M _u) pos para comb: 1.2DL + 1.6LL (kip.ft)	182,64	176,59	195,01	180,31	N.D.	-	
A _{s,prov} (in ²)	2,20	2,20	2,08	2,20		-	
Momento min (M _u) neg para comb: 1.2DL + 1.6LL (kip.ft)	67,26	69,9	33,5	69,13	N.D.	-	
A _{s,prov} (in ²)	1,24	1,24	0,42	1,24	N.D.	-	
T _u (kip.ft)	32,51	32,18	41,05	39,37	42,60	-8%	Os cálculos na referência são aproximados
V _u (kip)	37,39	35,50	36,23	38,4	39,40	-3%	Os cálculos na referência são aproximados
V _c (kip)	Error	36,49	35,36	36,49	36,53	0%	
V _s (kip)		10,84	12,95	14,71	16,00	-8%	Armadura de corte requerida
A _{v,min} (in ² /ft)		0,13	0,13	0,13	0,13	0%	
A _{cp} (ft ²)		-	1,94	2	2,00	0%	
p _{cp} (in)		-	70,87	72,05	72,00	0%	
A _{oh} (ft ²)		-	1,13	1,24	1,21	2%	
p _h (in)		-	56,27	58,504	58,00	1%	
A _{e/s} (in ² /in)		-	0,031	0,0345	0,034	3%	Dif. pois TQS não desconta dist. "d" do apoio
A _l (in ²)		-	1,73	2,02	1,94	4%	Dif. pois TQS não desconta dist. "d" do apoio
A _{v/s,total} (in ² /in)		-	0,074	0,080	0,079	1%	Dif. pois TQS não desconta dist. "d" do apoio
A _{v/s,prov} (in ² /in)		-	0,080	0,080	0,080	0%	#4 @ 5 in

Conclusões:

Os resultados apresentados são muito semelhantes entre o TQS e o ACI. As diferenças existentes no dimensionamento se referem a duas questões:

1. O TQS, em caso de torção aplicada na viga, não desconta a distância "d" do apoio, o que aliviaria os esforços de torção e de cortante e deixariam os resultados iguais.
2. O TQS e os demais softwares não levam em conta a área de concreto da aba da laje no cálculo da o que faz com os valores de A_{cp} e p_{cp} levemente diferentes, mas que não tem efeito prático no exemplo já T_{th} e A_{l,min} não resultam nesse caso em alteração do dimensionamento.