

## Efeitos locais de 2ª ordem

NBR-6118

O TQS PILAR trata os efeitos de 2ª ordem local de um pilar em função do seu índice de esbeltez ( $\lambda$ ), conforme preconizado pela NBR-6118:

a)  $\lambda < \lambda_1$

Neste caso nenhum efeito de 2ª ordem local é considerado.

Por ser dependente do coeficiente  $\alpha_b$ , que por sua vez é dependente dos momentos fletores solicitantes ( $M_A$  e  $M_B$ ), o  $\lambda_1$  é calculado para cada caso de carregamento, conforme o item 15.8.2 da NBR-6118:

Sendo que  $35 \leq \lambda_1 \leq 90$

b)  $\lambda < 90$  e  $\lambda > \lambda_1$

Neste caso os efeitos de 2ª ordem local do pilar devem ser considerados. São utilizados os métodos aproximados conforme os itens 15.8.3.3.2 e 15.8.3.3.3 da NBR-6118:

Método do pilar-padrão com curvatura aproximada

Método do pilar-padrão com kapa aproximado (seção retangular)

c)  $90 < \lambda < 140$

Neste caso os efeitos de 2ª ordem local do pilar devem ser considerados. Nesta situação o método utilizado é, conforme o item 15.8.3.3.4 da NBR-6118, o do pilar-padrão acoplado a diagramas N,M,1/r.

d)  $140 < \lambda < 200$

Neste caso os efeitos de 2ª ordem local do pilar devem, obrigatoriamente, ser considerados utilizando o Método Geral, conforme o item 15.8.3.1 da NBR-6118.

NBR-6118:1980 e NB1/60

No TQS Pilar, o efeito local de 2ª ordem é tratada diferentemente segundo as três classificações abaixo (é o lambda, índice de esbeltez do pilar):

a) 40

Neste caso o pilar é tratado como curto e nenhum efeito de local de 2ª ordem é considerado.

b)  $40 < 80$

Neste caso o pilar é considerado como médio e o efeito de 2ª ordem deve ser considerado. O tratamento teórico é o processo simplificado apresentado na NBR 6118, item 4.1.1.3.C.

c)  $> 80$

Neste caso o pilar é considerado como esbelto e os efeitos de 2ª ordem devem ser considerados obrigatoriamente. No TQS Pilar, oferecemos um programa específico, que realiza o estudo destes pilares, através de verificações iterativas. Os efeitos da 2ª ordem, tanto a não linearidade geométrica como a física são analisados.

Estes pilares geralmente são anti-econômicos e devem ser evitadas pelo excesso de armadura resultante do dimensionamento.

# Considerações gerais sobre efeitos locais de 2ª ordem

Na antiga NB-1/60, o limite máximo do para a não consideração dos efeitos de 2ª ordem de forma rigorosa era o valor 100.

Na NBR6118:1980 essa exigência passou para > 80.

Na norma NBR6118 a exigência para processos mais rigorosos passaram a ser 90 ( Pilar-padrão acoplado a diagramas M,N,1/r) e 140 (Método Geral), sempre inferiores a 200.

Por esta razão, o arquivo de critérios do TQS Pilar permite a alteração dos limites para a consideração da 2ª ordem e dos métodos a serem utilizados. Cabe a cada usuário a adoção dos critérios mais convenientes.

Não cabe ao TQS Pilar o mérito do acerto ou não destes critérios. Cabe a cada usuário a adoção do limite do que for mais adequado ao seu processo de projeto.

Código modelo MC-78 do CEB/FIP também considera valores diferentes das adotadas pela NB-1/78.

## Efeitos locais de 2ª ordem – NBR 6118

A NBR 6118:2003 permite o uso de 4 métodos para análise local de 2ª ordem. São eles:

Pilar-Padrão com 1/r aproximada

Pilar-padrão com rigidez kapa aproximada

Pilar-padrão acoplado a diagrama N, M, 1/r

Método Geral

Os três primeiros métodos são considerados processos aproximados e são descritos no item 15.8.3.3 da NBR 6118, enquanto que o Método geral (item 15.8.3.2 da NBR 6118), como a própria nomenclatura já deixa meio evidente, é um processo mais abrangente e sofisticado.

Vale lembrar que na extinta NBR 6118:1980 havia apenas um método disponível, o pilar-padrão com curvatura aproximada, cuja formulação era praticamente similar à atual.

Cada um desses métodos possui limitações próprias, e por isso, podem ser aplicados desde que a esbeltez do pilar esteja dentro de um certo patamar. Evidentemente, os processos aproximados possuem uma limitação maior.

Esbeltez limite

Os métodos do pilar-padrão com 1/r aproximada e pilar-padrão com  $\kappa$  aproximada podem ser utilizados em pilares com esbeltez máxima igual a 90, segundo a NBR-6118. O método do pilar-padrão acoplado a diagrama N, M, 1/r é limitado para uma esbeltez máxima de 140. O método geral, por sua vez, pode ser usado até um limite de 200.

Acima desse valor, a norma não permite o uso de nenhum método, a não ser em casos de postes onde a força normal de compressão é baixa.

O TQS Pilar não faz o processamento de pilares com esbeltez maior que 200.

## Métodos aproximados

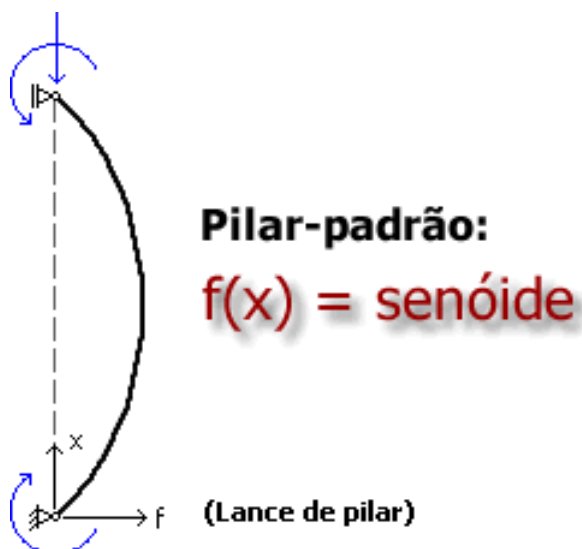
Antes mesmo de iniciar o estudo da formulação de cada um dos métodos aproximados, pela própria nomenclatura dos mesmos é possível tirar algumas conclusões prévias. Note que os três processos aproximados fazem o uso de um termo comum: “pilar-padrão”.

O que é pilar-padrão?

Conforme já sabemos, o cálculo da deformada do lance de um pilar à medida que o carregamento é aplicado sobre o mesmo, é um dos desafios presentes na análise local em 2ª ordem. Como tratar a não-linearidade geométrica num lance de pilar?

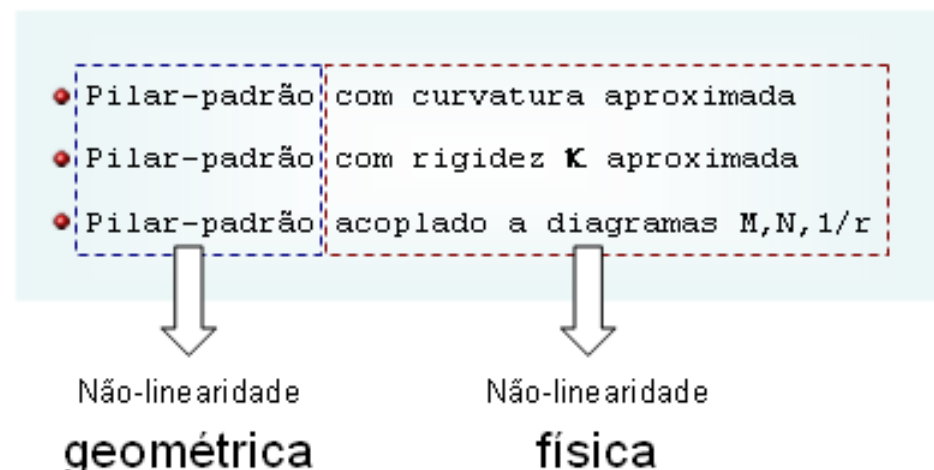
O método do pilar-padrão consiste numa aproximação que pressupõe que a deformada final do pilar será

representada por uma curva senoidal. Existem inúmeros estudos que comprovam a eficiência dessa simplificação, válida até um determinado limite de esbeltez.



Uma vez definida a forma final do lance do pilar (senóide), é possível então chegar a uma solução analítica para o problema da não-linearidade geométrica, obtendo-se expressões relativamente simples que podem ser utilizadas no cálculo do pilar.

Dessa forma, conclui-se que os três processos aproximados presentes na NBR 6118, tratam a não-linearidade geométrica (NLG) de forma idêntica.



O que diferencia um método aproximado do outro é justamente as diferentes maneiras de considerar a outra não-linearidade, a física (NLF).

## Pilar-padrão com $1/r$ aproximada

Aplicabilidade

Esse método pode ser empregado apenas para pilares com  $\leq 90$ , seção constante e armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo.

Não-linearidade geométrica

Admite-se que a deformação da barra seja senoidal (pilar-padrão).

Não-linearidade física

A rigidez do lance do pilar é obtida por meio da definição de uma curvatura aproximada na seção crítica.

Formulação

A formulação é extremamente simples e possibilita o cálculo manual. O momento total (1ª ordem + 2ª ordem) máximo no pilar é calculado pela seguinte expressão:

, sendo

Onde:

e

O momento de 2ª ordem corresponde à parcela  $N_d \cdot (l_e^2/10) \cdot (1/r)$ .

Note que não é necessário conhecer previamente a armadura do pilar para aplicar as fórmulas acima.

## Pilar-padrão com rigidez kapa aproximada

Aplicabilidade

O método do pilar-padrão com rigidez kapa aproximada pode ser adotado na análise de pilares retangulares com  $\leq 90^\circ$ , com armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo.

Não-linearidade geométrica

Admite-se que a deformação da barra seja senoidal (pilar-padrão).

Não-linearidade física<sup>1</sup>

A não-linearidade física no lance do pilar é considerada por meio de uma expressão aproximada para rigidez, cuja dedução foi obtida durante a tese de doutoramento do prof. .

O valor da rigidez é tomado de forma adimensional e é denominado de rigidez  $k$  (“kapa”).

Formulação

Assim como o método do pilar-padrão com  $1/r$  aproximada, a formulação do pilar-padrão com kapa aproximada é simples e possibilita o cálculo manual.

Segundo a formulação apresentada na NBR 6118, o cálculo do momento total máximo  $M_{Sd,tot}$  deve ser realizado de forma iterativa em função da rigidez adimensional, de acordo com as seguintes fórmulas:

O momento de 2ª ordem é calculado por uma amplificação da 1ª ( $\eta_b \cdot M_{S1d,A}$ ).

Note que não é necessário conhecer previamente a armadura do pilar para aplicar as fórmulas acima.

## Pilar-padrão acoplado a diagramas N, M, 1/r

Aplicabilidade

Esse método pode ser empregado apenas para pilares com  $\leq 140^\circ$ .

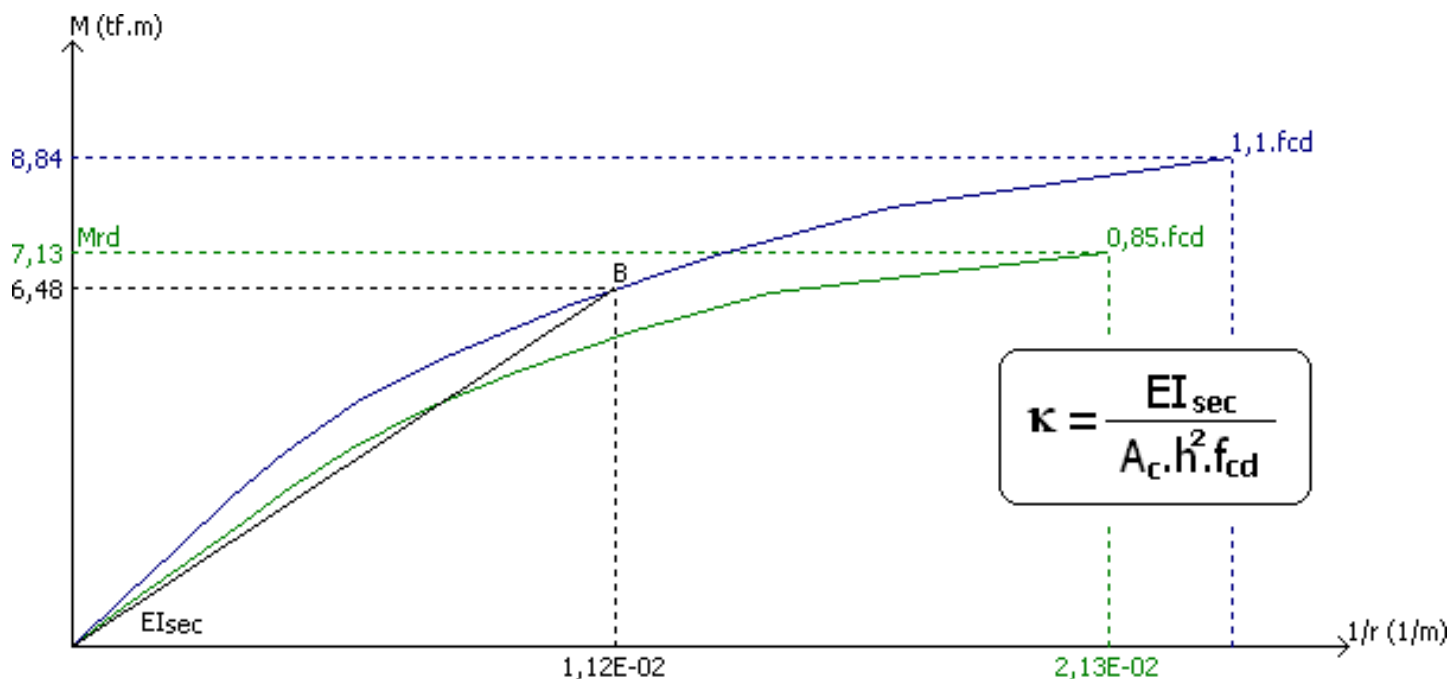
Não-linearidade geométrica

Admite-se que a deformação da barra seja senoidal (pilar-padrão).

Não-linearidade física

A não-linearidade física é considerada por meio da obtenção da rigidez no diagrama N, M, 1/r proposto pela NBR 6118, conforme mostra a figura a seguir.

Note que há uma relação entre a rigidez secante  $EI_{sec}$  e a rigidez adimensional kapa.



Muito embora tenha o mesmo nome da rigidez adimensional calculada no método do pilar-padrão com rigidez aproximada, essa rigidez kapa obtida pelo diagrama (rigidez acoplada ao diagrama N, M, 1/r) é mais precisa.

Poderíamos dizer que se trata de uma rigidez “mais refinada e real”.

#### Formulação

O momento total máximo  $M_{Sd,tot}$  é calculado exatamente pela mesma fórmula do método do pilar-padrão com rigidez aproximada:

No entanto, deve-se ficar bem claro que o valor da rigidez kapa a ser utilizado na fórmula é o obtido pelo diagrama normal-momento-curvatura, e não a rigidez kapa aproximada.

Quando se faz o uso do coeficiente  $f_3$ , a fórmula para obtenção do momento total fica assim:

Duas observações muito importantes com relação ao método do pilar-padrão acoplado ao diagrama N, M, 1/r:

Trata-se de um método que, na prática, somente é viável com o uso de um computador, pois como vimos no início deste curso, a montagem do diagrama N, M, 1/r é extremamente complicada de ser realizada manualmente.

É necessário que a armadura existente no lance do pilar seja previamente conhecida, pois não há diagrama N, M, 1/r sem armadura definida! Ou seja, o processo de dimensionamento é realizado por um processo iterativo de verificações.

## Resumo

A tabela a seguir apresenta um resumo das principais características de cada um dos métodos aproximados.

	Pilar-padrão com 1/r aproximada	Pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada	Pilar-padrão acoplado a diagrama N, M, 1/r
Item da NBR 6118	15.8.3.3.2	15.8.3.3.3	15.8.3.3.4

NLG	Pilar-padrão	Pilar-padrão	Pilar-padrão
NLF			
Esbeltez limite	$\leq 90$	$\leq 90$	$\leq 140$
Cálculo manual	Sim	Sim	Não
Necessita As conhecido	Não	Não	Sim

## Método geral

No item anterior, foram apresentados três métodos aproximados para análise dos efeitos locais de 2ª ordem. Agora, vamos estudar um processo mais abrangente e sofisticado, usualmente chamado de Método Geral (item 15.8.3.2 da NBR 6118).

### NBR 6118

O método geral é definido na NBR 6118, item 15.8.3.2, por apenas uma única frase:

“Consiste na análise não-linear de 2a. ordem efetuada com discretização adequada da barra, consideração da relação momento-curvatura real em cada seção, e consideração da não-linearidade geométrica de maneira não aproximada.”

Nesse item, não existe nenhuma formulação definida, e muito menos uma descrição detalhada de como aplicar o método. Somente existe a definição acima, e nada mais.

Dessa frase, podemos extrair as seguintes informações principais:

Discretização adequada

Relação Momento-Curvatura

NLG não aproximada

Aplicabilidade

O método geral pode ser empregado apenas para pilares com  $\leq 200$  e é obrigatório para pilares com  $> 140$ . Acima desse último limite (140), não se pode aplicar nenhum dos processos aproximados estudados anteriormente.

Não-linearidade geométrica

As deformações ao longo lance do pilar devem ser analisadas por processo refinado. Não se pode adotar a aproximação por uma curva senoidal (pilar-padrão).



**NLG não-aproximada:**

$$f(x) = P-\delta$$

**(Lance de pilar)**

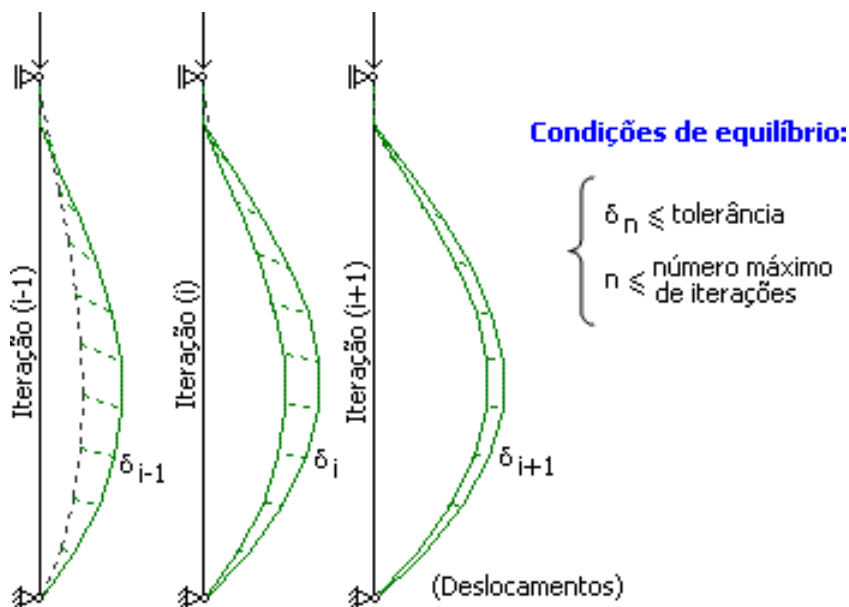
Existem diferentes maneiras para considerar a não-linearidade geométrica de forma refinada. Uma primeira alternativa é a partir do diagrama de momentos fletores no lance do pilar, obter as curvaturas ( $1/r$ ) por meio da rigidez  $EI$ , as rotações e deslocamentos ( $d$ ) por meio de integrações sucessivas, e depois, com esses incrementar os momentos de 2ª ordem nos esforços originais. Esse cálculo é repetido inúmeras vezes até o acréscimo de esforços ou deslocamentos tender a zero.

Uma outra forma de tratar o problema é utilizar modelos numéricos que possibilitem a análise em 2ª ordem (equilíbrio na posição deformada), como por exemplo, o cálculo de um pórtico espacial por meio de uma análise P-Delta.

Seja qual for o processo empregado, a informação principal que se busca é a posição final de equilíbrio do lance do pilar, de tal forma a definir a magnitude total dos efeitos locais de 2ª ordem.



A busca dessa posição de equilíbrio é sempre iterativa. E, por isso, é fundamental que sejam consideradas tolerâncias que controlem a convergência dos processos de forma eficiente e segura. Usualmente, esses valores são definidos em “deltas máximos de deslocamentos ou esforços”.



### Instabilidade local

Ao empregar um processo aproximado (pilar-padrão com  $1/r$  aproximada, pilar-padrão com  $k$  aproximada, pilar-padrão acoplado a diagrama  $N, M, 1/r$ ), a única resposta final que temos é se o lance de pilar passa ou não em relação à resistência última da seção crítica (ruptura).

Já, no método geral, além dessa informação (ruptura da seção crítica), pode-se flagrar se o lance é estável ou instável, pois a busca pela posição de equilíbrio do mesmo é iterativa.



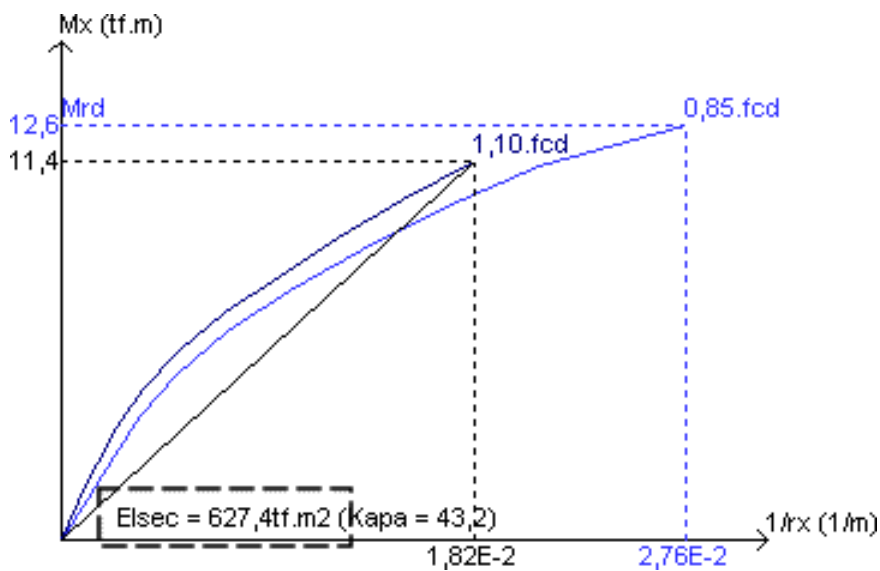
Ao adotar o método geral no cálculo de um pilar demasiadamente esbelto, por exemplo, pode-se chegar numa situação de instabilidade quando o número máximo de iterações definido na análise é alcançado.

Nesse caso, o processo não converge pois os acréscimos de deslocamentos a cada iteração são superiores à tolerância adotada. Esse resultado independe do nível de solicitação da seção crítica em relação à sua resistência.

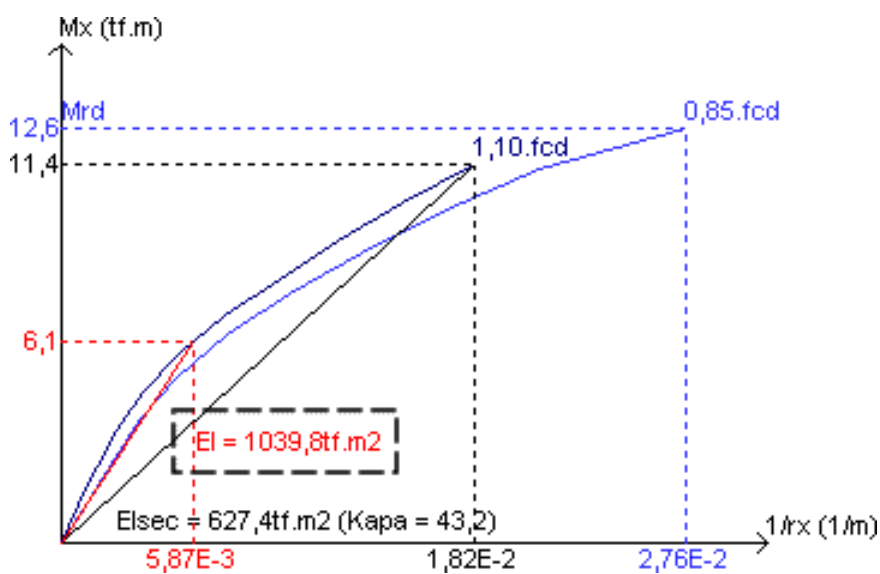
### Não-linearidade física

A não-linearidade física é considerada por meio da obtenção da rigidez no diagrama  $N, M, 1/r$ . Essa rigidez pode ser definida das seguintes formas:

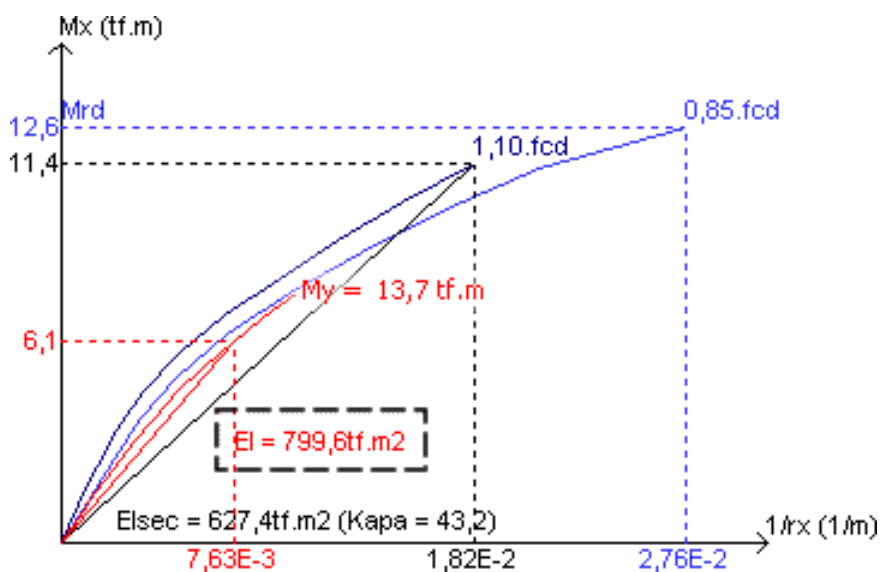
Pela rigidez secante  $EI_{sec}$  obtida pela linearização do diagrama (reta), e que pode ser estendida para todas as seções do lance. É a forma mais recomendável de se obter a rigidez, pois está a favor de segurança bem como facilita a análise (desacoplamento das duas direções).



Pela rigidez secante  $EI$  obtida pela curva para cada seção do lance de acordo com a sua solicitação atuante. Trata-se de um procedimento válido somente para casos de flexão composta normal.

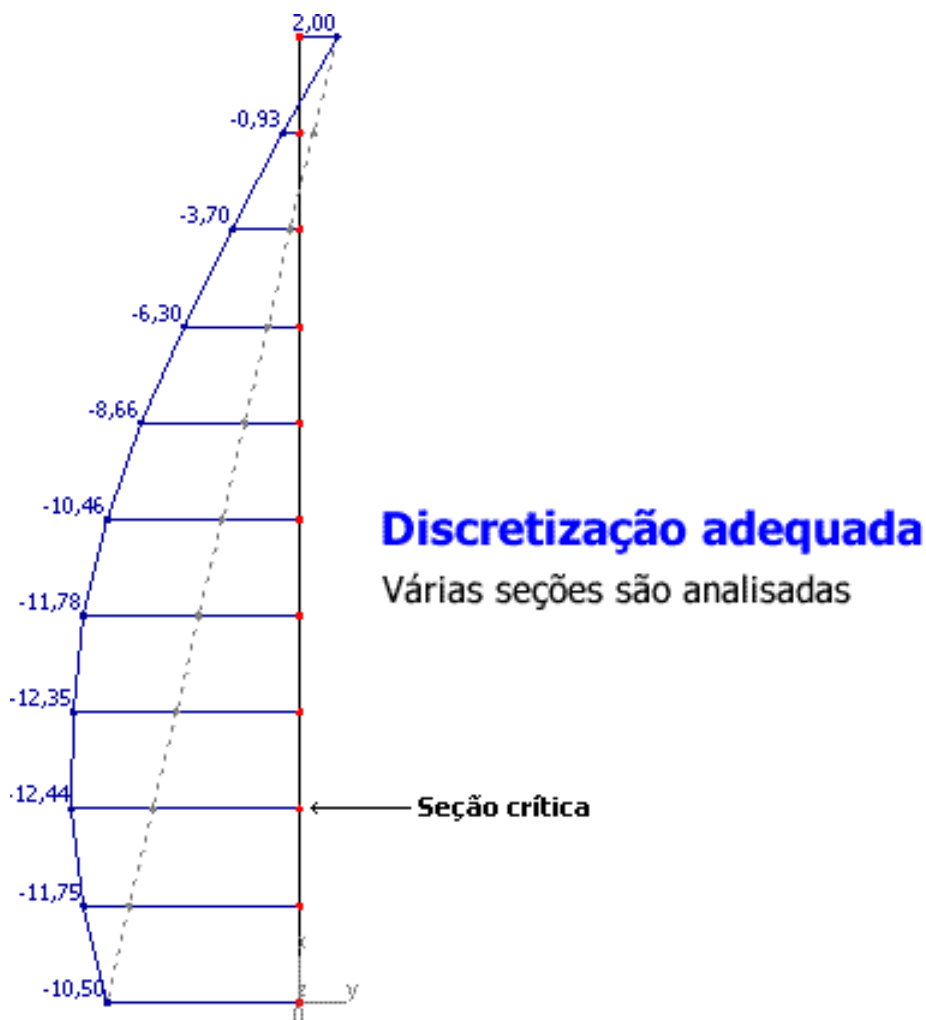


Pela rigidez secante oblíqua em que considerem simultaneamente os esforços solicitantes em ambas as direções dos pilares.



Discretização adequada

No método geral, é fundamental que o lance do pilar seja discretizado adequadamente, de tal forma a obter as respostas em várias seções.

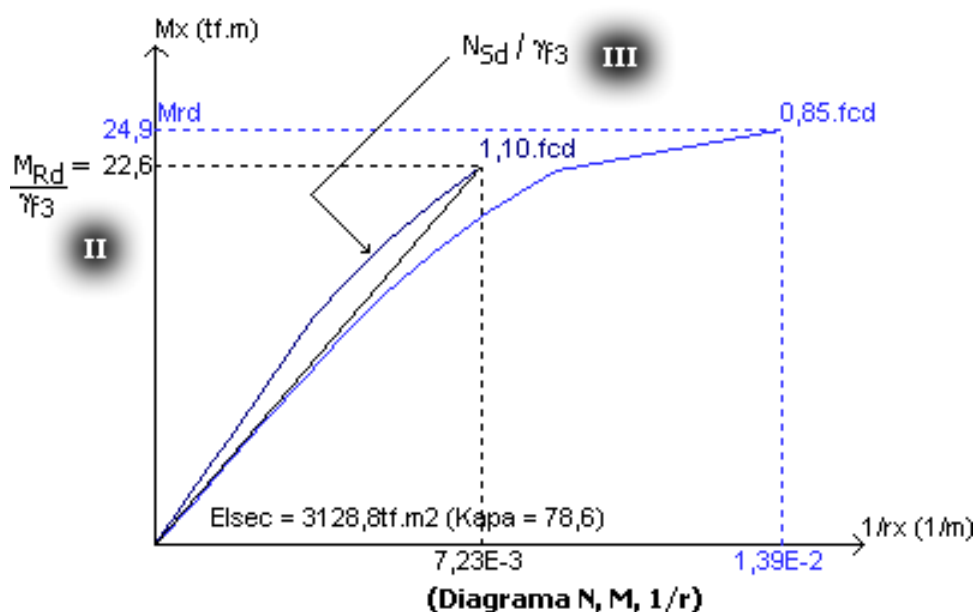
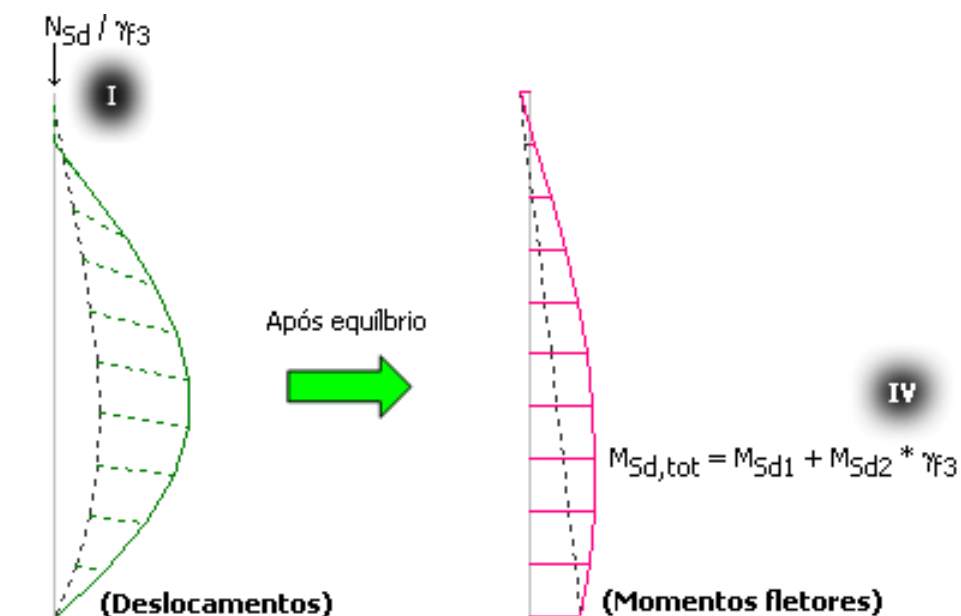


Ao contrário dos processos aproximados em que a definição da seção crítica entre o topo e a base do lance do pilar era realizada de forma simplificada pelo coeficiente  $\alpha b$ , no método geral essa seção é definida de forma bem mais realista.

Em lances de pilares de edifícios usuais, a discretização em 10 trechos é suficiente.

Coeficiente  $f_3$

Pode ser considerada a formulação de segurança em que se calculam os efeitos de 2ª ordem das cargas majoradas de  $f/f_3$ , que posteriormente são majorados de  $f_3$ .



### Processo de verificação

O método geral é essencialmente um processo de verificação, pois é necessário conhecer previamente a armadura ao longo do lance do pilar para calcular os esforços de 2ª ordem.

Dessa forma, assim como no método do pilar-padrão acoplado a diagrama N, M, 1/r, o processo de dimensionamento pelo método geral é iterativo. Define-se uma armadura e analisa-se o pilar sucessivamente, até a obtenção de uma armadura necessária.

### Cálculo manual

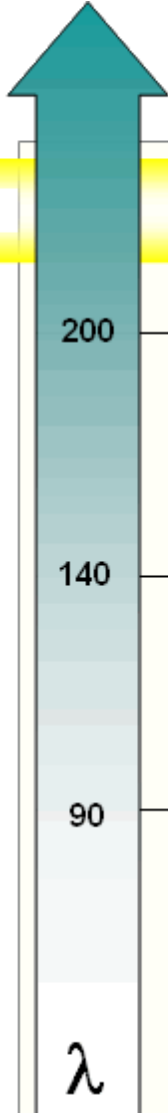
Calcular manualmente um lance de pilar pelo método geral é inviável, visto que é necessário considerar tanto a não-linearidade física como a geométrica de forma refinada. Na prática, o emprego do método geral somente é realizado com o uso de um computador.

Cabe ao Engenheiro de Estruturas conhecer a teoria que envolve o método, de tal forma a poder interpretar os resultados obtidos de forma segura.

## Resumo geral

Até o momento, estudamos com detalhes todos os processos presentes na NBR 6118. Através de exemplos, foi possível perceber as particularidades e simplificações inerentes de cada método.

O gráfico a seguir traz um resumo com relação à aplicabilidade de cada um dos métodos.



	Método	Seção	Armadura	Fluência
200	×	×	×	×
140	• Método geral	Qualquer	Qualquer	Sim
	• PP c/ N, M, 1/r	Qualquer	Simétrica	Sim
90	• Método geral	Qualquer	Qualquer	
	• PP c/ N, M, 1/r	Qualquer	Qualquer	
	• PP c/ $K$ aprox.	Retangular	Simétrica	Não
$\lambda$	• PP c/ 1/r aprox.	Qualquer	Simétrica	

## A determinação do e esforços no ponto médio

Este item é aplicável para projetos processados pela NBR6118:1980.

### a) Determinação do em função do carregamento

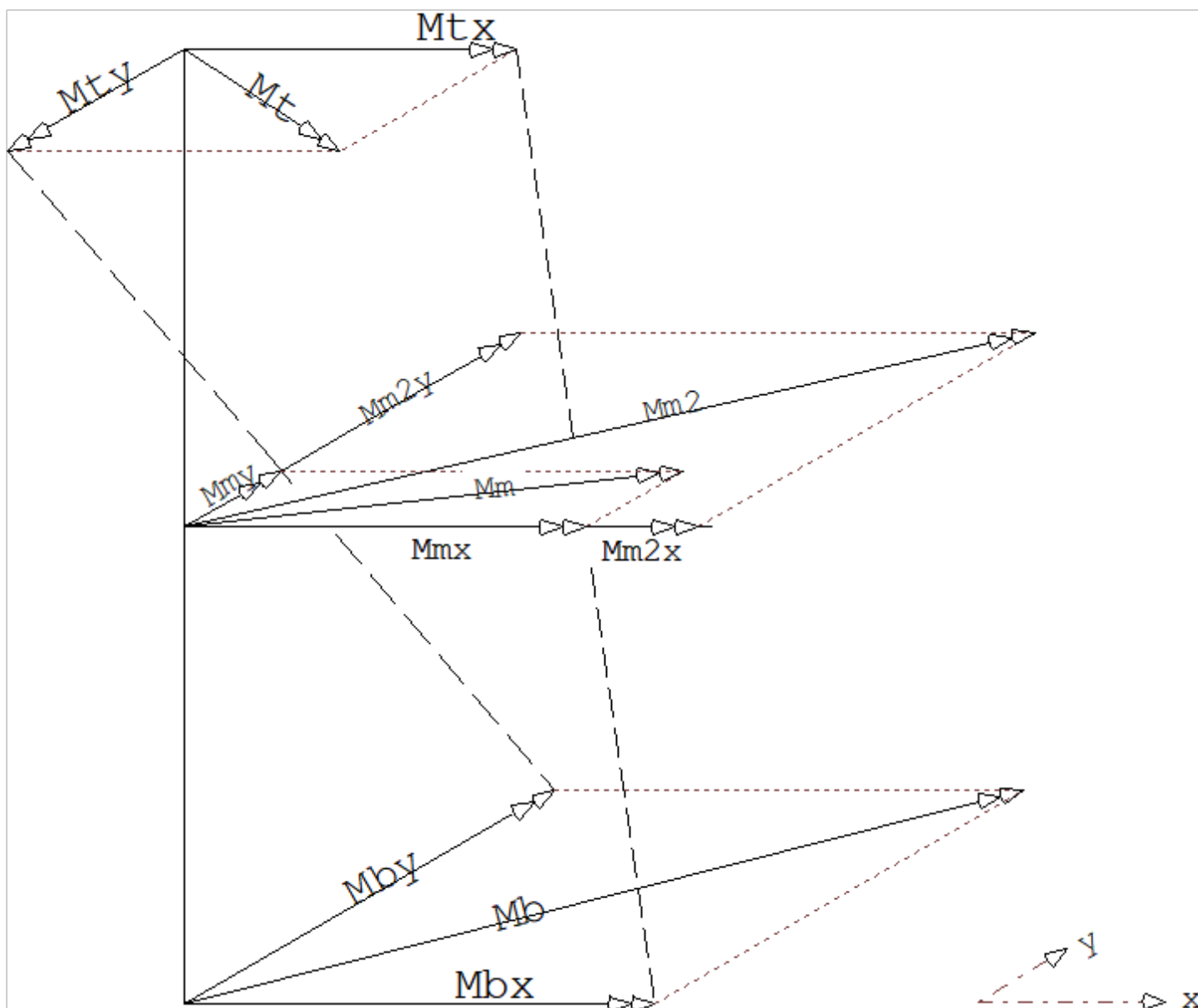
Em muitos casos, as solicitações atuantes nos diversos pilares são compostas por uma força normal e dois momentos fletores. Principalmente quando estas solicitações são devidas ao modelo de pórtico espacial, a linha neutra resultante do dimensionamento da seção transversal, geralmente, não é paralela ao um dos eixos principais de inércia. Por esta razão foi criado um critério no TQS Pilar, critério K6, 'Consideração dos momentos de 2ª ordem', que permite o cálculo do em função desta linha neutra com uma aproximação, que é considerar a linha neutra paralela ao plano de atuação dos momentos fletores. Com isto, muitos pilares aparentemente esbeltos, passam a ter o índice de esbelteza menor, pois o nesta direção é menor que o calculado na direção da maior esbelteza, podendo serem considerados como pilares curtos. Este é um critério que reduz as armaduras nos pilares e deve ser criteriosamente selecionado pelo usuário.

### b) Esforços de 2ª ordem no ponto médio do lance.

O TQS Pilar realiza, para os pilares esbeltos, o dimensionamento da seção transversal do pilar para os valores das solicitações no topo e na base do lance. Para o ponto médio do lance, onde se estudam os efeitos da 2ª ordem, principalmente quando os esforços são provenientes de cálculo do modelo de pórtico espacial, encontra-se uma dificuldade pois o plano de atuação do momento resultante no topo do pilar não coincide com o plano de atuação do

momento resultante na base do pilar. Neste caso, dois critérios estão disponíveis para a escolha do usuário:

b1) No topo e na base do pilar, os momentos são projetados segundo os eixos principais de inércia,  $x$  e  $y$ , e os momentos de 2ª ordem são determinados no ponto médio do pilar para estas direções  $x$  e  $y$ . Posteriormente, é calculado o momento no ponto médio como resultante entre estes dois momentos determinados. A figura abaixo ilustra estes valores de momentos.



Onde:

$M_t$  é a resultante do momento no topo

$M_b$  é a resultante do momento na base

$M_{tx}$  e  $M_{ty}$  são projeções de  $M_t$  nos eixos  $x$  e  $y$

$M_{bx}$  e  $M_{by}$  são projeções de  $M_b$  nos eixos  $x$  e  $y$

$M_{my}$  é o valor do momento no ponto médio, direção  $y$

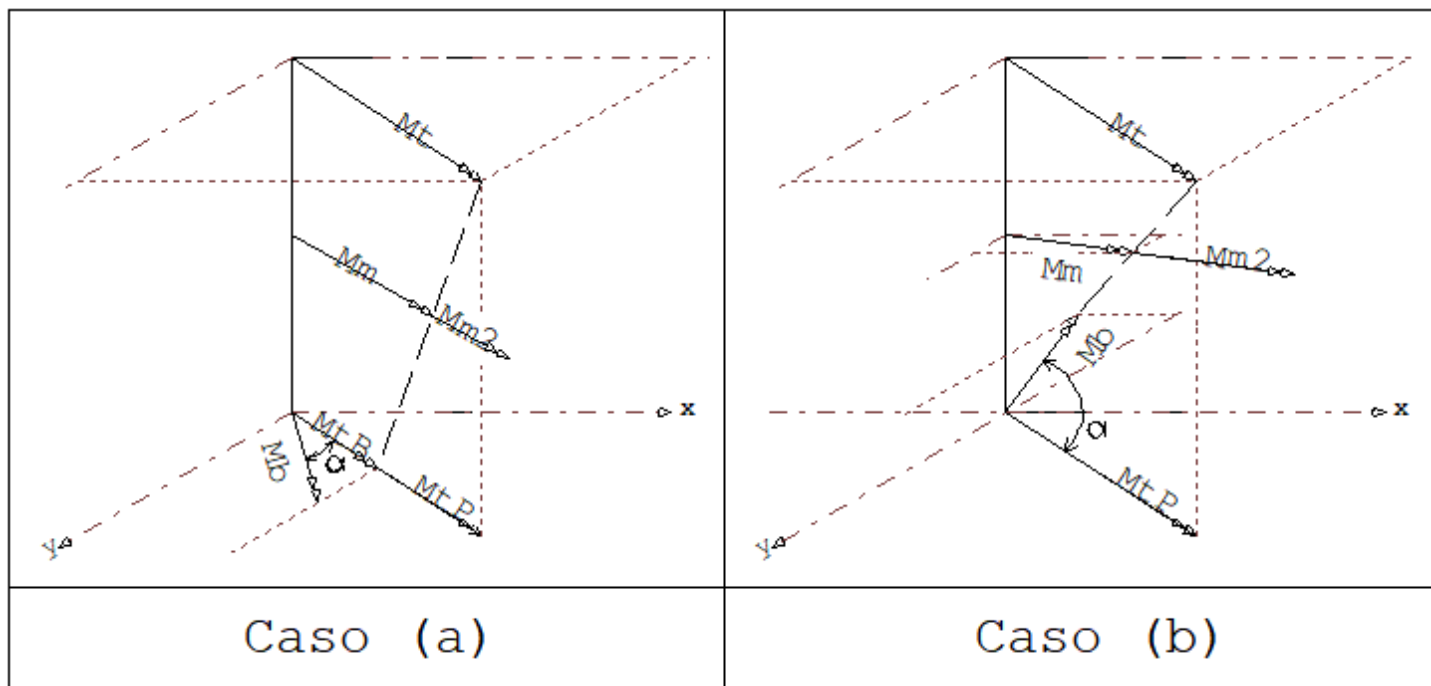
$M_{mx}$  é o valor do momento no ponto médio, direção  $x$

$M_{m2x}$  é o valor de  $M_{mx}$  com efeito de 2ª. ordem, direção  $x$

$M_{m2y}$  é o valor de  $M_{my}$  com efeito de 2ª. ordem, direção  $y$

$M_m$  é a resultante dos momentos  $M_{m2x}$  e  $M_{m2y}$

b2) No topo e na base do pilar, os momentos não são projetados nos eixos principais de inércia e a análise é feita tomando-se como plano válido, o plano que contém o maior momento. O momento menor na outra extremidade é projetado neste plano inicial adotado. Temos 2 casos a considerar. Se a diferença angular entre estes dois planos projetados num plano vertical for  $15^\circ$ , os dois momentos são considerados coplanares.



Onde:

Mt é a resultante do momento no topo, e é maior, em módulo, que Mb

Mb é a resultante do momento na base

MtP é o momento Mt projetado na base

MbP é o momento Mb projetado no plano de Mt e MtP

Mm é o valor do momento no ponto médio do plano Mt e MbP

Mm2 é o valor de Mm com efeito de 2ª ordem

$\alpha$  é o ângulo formado entre os dois planos verticais que contém os momentos Mt e Mb.

No caso (a), se o ângulo for  $15^\circ$ , o momento Mb será considerado como atuando no mesmo plano do momento Mt, isto é, serão coplanares os momentos.

Caso o ângulo for  $> 15^\circ$ , o momento Mb será considerado como não atuando no plano vertical que contém o momento Mb.

## Índice de esbeltez $> 80$

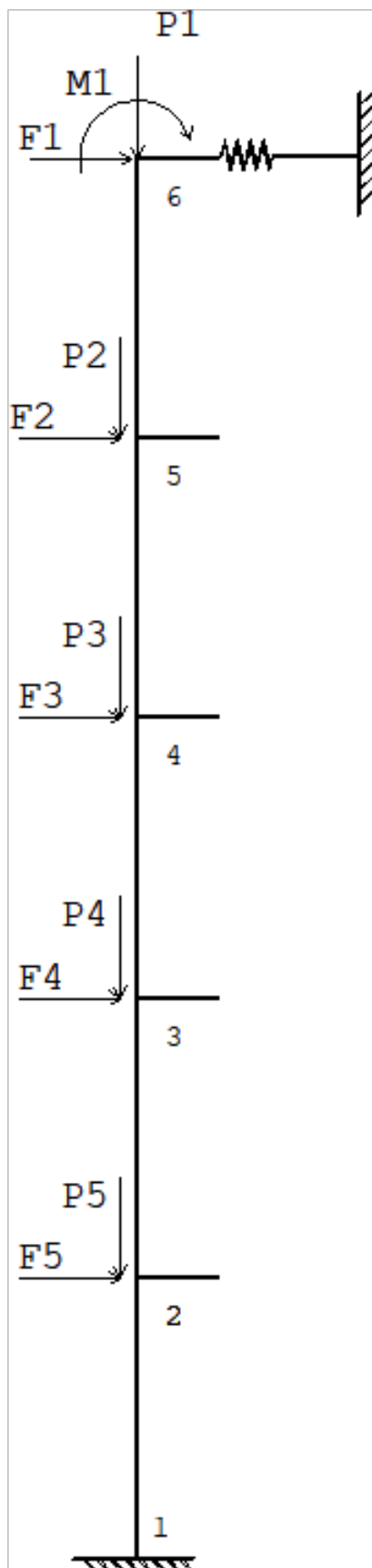
A aplicação deste item é aplicável para projetos processados pela NBR6118:1980.

Neste caso, a verificação do esgotamento da capacidade da seção transversal do pilar por ruptura ou por instabilidade geral é feita através da consideração da relação momento - curvatura da seção transversal do pilar em diversos pontos do lance. É considerado neste método a não linearidade física dos materiais através dos diagramas tensão - deformação para o aço e para o concreto. A não linearidade geométrica do pilar é considerada através dos efeitos da posição deformada do eixo do pilar sob a atuação das cargas verticais e horizontais.

Este é um cálculo singular, iterativo, que deve ser realizado apenas para alguns pilares especiais onde os efeitos de 2ª ordem não podem ser analisados por outros processos. O processo adotado é o de verificação da estrutura e, por esta razão, deve-se fornecer a dimensão da seção e as armaduras ao longo do pilar. O pilar pode ter, inclusive, seção

transversal com variação nas suas dimensões ao longo do lance.

O cálculo é baseado no método dos deslocamentos. O pilar é discretizado em diversos segmentos conectados aos nós da estrutura.



Em cada segmento as características dos materiais são consideradas constantes. Permite-se a definição de vínculos elásticos nos extremos do pilar e as cargas atuantes nas 3 direções (3 forças e 3 momentos) nos nós do modelo estrutural. A armadura do pilar deve ser fornecida através da definição da porcentagem (da armadura total) existente em cada face da seção. Apenas seções retangulares e circulares (cheias ou vazadas) estão disponíveis.

O cálculo é iterativo. Os seguintes passos são adotados:

- Determinação da posição deformada do pilar sob o efeito da 1ª ordem.
- Solicitações nos diversos segmentos.
- Alteração da geometria da estrutura para a nova posição deformada.
- Nova rigidez dos segmentos em função das solicitações e dos materiais.
- Na próxima iteração o carregamento da estrutura atuará na posição deformada.
- Determinação da posição deformada do pilar sob o efeito da 2ª iteração.
- Solicitações nos diversos segmentos.
- Alteração da geometria da estrutura para a nova posição deformada.
- Nova rigidez dos segmentos em função das solicitações e dos materiais.

O processo se repete até que a posição deformada entre uma iteração e outra seja menor que uma certa tolerância e, não tenha sido atingido o esgotamento da capacidade resistente das seções transversais do pilar.

Como resultado do processamento é emitida mensagem se o pilar é estável ou não (houve convergência entre esforços externos e internos em cada seção considerando todos os efeitos de 2ª ordem), para o carregamento dado. Também são impressos os deslocamentos, reações de apoio e esforços solicitantes nos diversos segmentos (barras) do pilar nas 3 direções (3 forças e 3 valores de momentos).

Pela singularidade da análise, este processo de verificação, embora geral, está disponível para a verificação isolada de pilares e não está integrado aos dados gerais e armaduras determinadas automaticamente pelo TQS Pilar.